DEVOIR MAISON N° 8 PREMIÈRE ES 3 Février 2010

Exercice 1

On considère la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2-2x-3}$.

1. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Montrer que f peut s'écrire $f(x) = 1 + \dfrac{-1}{4(x+1)} + \dfrac{9}{4(x-3)}$.
3. Déterminer les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition.
4. Préciser quelles sont les asymptotes à la courbe C représentative de la fonction f.
5. Étudier les variations de la fonction f.
6. Dresser le tableau de variations de f.
7. Préciser les extremums de la fonction f.
8. Déterminer une équation des tangentes à la courbe C aux points d'abscisse -3, 0, 1.
9. Déterminer les coordonnées du point A de la courbe pour lequel la tangente est parallèle à la tangente en $x = 1$.
10. Tracer la courbe C, les asymptotes, et les tangentes citées.

Exercice 2

On considère la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{x^2+2x-3}{x+1}$.

1. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Déterminer des réels a, b et c tels que la fonction f puisse s'écrire $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+1}$.
3. Déterminer les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition.
4. Préciser quelles sont les asymptotes à la courbe C représentative de la fonction f.
5. Montrer que la droite d'équation $y = x + 1$ est asymptote oblique à la courbe C représentative de f.
6. Étudier les variations de la fonction f.
7. Dresser le tableau de variations de f.
8. Préciser les extremums de la fonction f.
9. Déterminer une équation des tangentes à la courbe C aux points d'abscisse -3, 0, 1.
10. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de C et de l'axe des abscisses.
11. Tracer la courbe C, les asymptotes, et les tangentes citées.