DEVOIR SURVEILLÉ N° 2 PREMIÈRE S 1 *Samedi 7 novembre 2009*

EXERCICE 1 (3 points)

On considère le triangle ABC et les points I, J et K définis par $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$, J est le milieu de [AB] et $\overrightarrow{BK} = 2\overrightarrow{BC}$.

1. Faire une figure.
2. Montrer que les points I, J et K sont alignés.

EXERCICE 2 (5 points)

On considère le tétraèdre ABCD et les points E, F, G et H définis par :

$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, F est le milieu de [ED], $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BH} = 3\overrightarrow{BC}$.

1. Montrer que le point E est le milieu du segment [AH].
2. Les points F, G et H sont-ils alignés ?
3. Les points B, C, F et G sont-ils coplanaires ?

Aide : On pourra considérer le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$.

EXERCICE 3 (4 points)

On considère l'espace muni du repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ et les quatre points A(1; 2; – 1), B(3; 0; 2), C(4; 1; 5) et D(– 2; 7; – 4).

1. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires. Que peut-on en déduire ?
2. Soit F le symétrique de C par rapport à B et E le milieu du segment [BF].

Montrer que les points A, D et E sont alignés.

EXERCICE 4 (4 points)

On considère, dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, la parabole P de sommet S(1 ; – 2) et passant par le point A(0; – 1).

1. Montrer que P est la représentation graphique de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 2x - 1$.
2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -x^2 - 2x + 2$ et P' sa représentation graphique.

a) Déterminer les points d'intersection de P et de P'.

b) Résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$.

3. Déterminer les axes de symétrie des paraboles P et P'. Justifier la réponse.
4. Déterminer le sommet de la parabole P'.

EXERCICE 5 (4 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 6x^2 - 9x - 14$ et C sa représentation graphique.

1. Montrer que 2 est racine de f.
2. En déduire une factorisation de f.
3. Résoudre alors l'équation $f(x) = 0$.
4. a) Montrer que la fonction f peut s'écrire $f(x) = (x + 2)^3 - 21(x + 2) + 20$.

b) Montrer que le point A(– 2; 20) est centre de symétrie de C.