

EXERCICE 1 (2 points)

Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$; b) $g(x) = (x^2 - 3x)(5x^3 + 2x)$;

EXERCICE 2 (7 points)

On considère le polynôme P défini par $P(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 22$ et C sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

1. Déterminer la fonction dérivée P' et étudier son signe.
2. Dresser le tableau de variations de la fonction P.
3. Montrer que 2 est racine du polynôme P.
4. En déduire une factorisation de P.
5. En déduire les coordonnées des points d'intersection de C et de l'axe des abscisses.
6. Donner une équation de la tangente T à C au point d'abscisse 2.
7. Étudier la position relative de la courbe C et de la tangente T.

EXERCICE 3 (11 points)

On considère la fonction f défini par $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 2}{x^2 + 2}$ et C la courbe représentative de f dans un repère orthonormé du plan.

1. Préciser l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Montrer que la fonction f peut s'écrire $f(x) = 1 - \frac{4x}{x^2 + 2}$.
3. Déterminer la fonction dérivée f' et étudier son signe.
4. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
5. Résoudre l'équation $f(x) = 0$. Quel lien existe-t-il entre cette équation et la courbe C ?
6. Montrer que le point A(0; 1) est centre de symétrie de la courbe C.
7. Déterminer une équation de la tangente T à C au point A.
8. Étudier la position relative de la courbe C et de la tangente T.
9. Étudier la position relative de la courbe C et de la droite d'équation $y = 1$.
10. Déterminer les extremums de la fonction f et en quelles valeurs ils sont atteints.

Bonus : Résoudre l'équation $f(x) = \frac{-4}{3}x + 1$.

En déduire la position relative de la courbe C et de la droite d'équation $y = \frac{-4}{3}x + 1$.