

EXERCICE 1 (4 points)

1. Résoudre les équations trigonométriques dans l'intervalle précisé :

a) $\cos(x - \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ sur l'intervalle $] -\pi; \pi]$;

b) $\sin(x + \frac{\pi}{2}) + \cos(x) = 1$ sur l'intervalle $] -\pi; \pi]$;

c) $\sin(x) = \cos(\frac{3\pi}{4})$ sur l'intervalle $] -\pi; \pi]$.

2. Placer tous les points sur le cercle trigonométrique correspondant aux angles solutions trouvés dans les trois équations.

EXERCICE 2 (6 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

On considère les points $A(3; -\sqrt{3})$ et $B(\sqrt{3}; 3)$.

1. Déterminer les coordonnées polaires des points A et B.

2. Placer les points A et B dans le repère; on laissera apparent les traits de construction.

3. Montrer que le triangle OAB est rectangle isocèle en O.

4. On considère le point E défini par $\vec{OE} = \vec{OA} + \vec{OB}$.

a) Placer le point E sur la figure.

b) Déterminer les coordonnées cartésiennes du point E.

c) Quelle est la nature du quadrilatère OAEB ? Justifier la réponse.

d) Donner une mesure de l'angle $(\vec{OA}; \vec{OE})$. En déduire une mesure de l'angle $(\vec{i}; \vec{OE})$.

e) Donner alors les coordonnées polaires du point E.

BONUS : En déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{\pi}{12})$ et de $\sin(\frac{\pi}{12})$.

EXERCICE 3 (10 points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{5x^2 - 4x}{x^2 - 1}$ et C la courbe représentative de f dans un repère orthonormé du plan.

1. Préciser l'ensemble de définition de la fonction f .

2. Déterminer la fonction dérivée f' et étudier son signe.

4. Dresser le tableau de variations de la fonction f .

5. Préciser les extremums de la fonction f et en quelles valeurs ils sont atteints.

6. Déterminer les points d'intersection de la courbe C avec l'axe des abscisses.

7. Déterminer une équation de la tangente T_0 à C au point d'abscisse 0 et la tangente T_2 à C au point d'abscisse 2.

8. Étudier la position relative de la courbe C et de la tangente T_0 .

9. Montrer que, pour tout réel $x < -1$, $f(x) > 5$.

10. Représenter graphiquement la fonction f ainsi que les tangentes citées dans les questions précédentes.