

EXERCICE 1 : Jacques vend quotidiennement le journal "La revue" à  $k$  clients avec  $0 \leq k \leq 5$ .

Une étude statistique a montré que :

$$P(k=0) = P(k=5) = \frac{1}{32}, P(k=1) = P(k=4) = \frac{5}{32} \text{ et } P(k=2) = P(k=3).$$

1. Calculer la probabilité  $P(k=2)$ .

Jacques gagne 3 € par exemplaire vendu, mais perd 1 € par invendu.

1. Soit  $Y$  la variable aléatoire égale à son bénéfice journalier.

Déterminer la loi de  $Y$  si Jacques commande 4 revues.

2. Calculer  $E(Y)$ ,  $V(Y)$  et l'écart-type de  $Y$ .

3. Sachant qu'il ne commande pas plus de 5 journaux, combien doit-il en commander pour maximiser son bénéfice ?

EXERCICE 2 : A et B sont deux avions ayant respectivement 4 et 2 moteurs. Les moteurs sont supposés indépendants les uns des autres, et ils ont une probabilité  $p$  de tomber en panne.

Chaque avion arrive à destination si la moitié ou moins de la moitié de ses moteurs tombe en panne.

On note  $X$  la variable aléatoire égale au nombre de moteurs en panne pour l'avion A, et  $Y$  la variable aléatoire égale au nombre de moteurs en panne pour l'avion B.

1. Déterminer les lois de probabilité de  $X$  et de  $Y$  en fonction de  $p$ .

2. Calculer l'espérance mathématique de  $X$  et de  $Y$ .

3. Calculer la probabilité que l'avion A arrive à destination en fonction de  $p$ .

4. Calculer la probabilité que l'avion B arrive à destination en fonction de  $p$ .

5. Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0 ; 1]$  égale à la probabilité que l'avion A arrive à destination, et  $g$  la fonction définie sur  $[0 ; 1]$  égale à la probabilité que l'avion B arrive à destination.

a) Déterminer l'expression de  $g(x)$  en fonction de  $x = p$ .

b) Montrer que  $f(x) = (1-x)^2(3x^2 + 2x + 1)$ .

c) A l'aide de la calculatrice, déterminer les valeurs de  $x$  pour lesquelles  $f(x) \geq g(x)$ .

6. Quel avion est le plus sûr en fonction de  $p$  ?

BONUS : Résoudre algébriquement l'inéquation  $f(x) \geq g(x)$ .