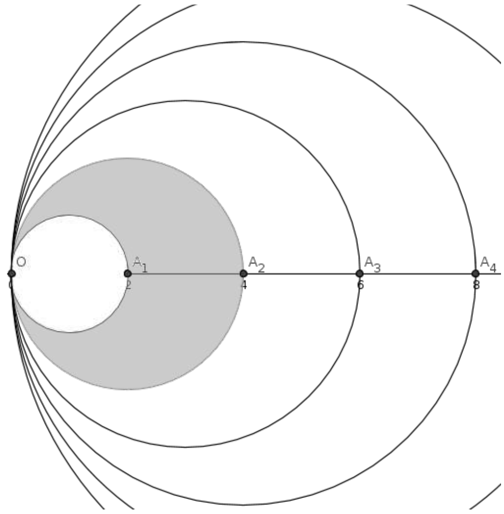
EXERCICE 1

La figure ci-contre est construite avec des cercles passant tous par le point O et par les points de coordonnées $A_1(2 ; 0)$, $A_2(4 ; 0)$, $A_3(6 ; 0)$, … $A_n(2n ; 0)$.

On note u_1 l'aire du petit disque et pour $n \geqslant 2$, u_n est l'aire comprise entre deux cercles successifs, comme la partie grisée sur la figure qui correspond à u_2 .



1. Écrire u_n en fonction de n.
2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
3. En déduire u_{50} .
4. Calculer $\sum_{k=1}^{k=n} u_k$. Que représente ce nombre géométriquement ?

EXERCICE 2

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \dfrac{2u_n+3}{2u_n-1}$.

1. Calculer les trois premiers termes de la suite.
2. A l'aide de la calculatrice, déterminer u_{25} à 10^{-8} près.
3. Ci-dessous, on a représenté la fonction f définie sur $[1 ; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2x+3}{2x-1}$.

a) A l'aide de cette représentation, construire les cinq premiers termes de la suite.
b) Que peut-on en déduire sur les variations de la suite ?
c) En utilisant les variations de la fonction f sur $[1 ; +\infty[$, montrer que si $1 \leqslant u_0 \leqslant 5$, alors $1 \leqslant u_1 \leqslant 5$.
d) Conjecturer alors un encadrement de u_n pour tout entier naturel n.
e) Quelle semble être, graphiquement, la limite de la suite (u_n) ?
f) Calculer la valeur exacte de cette limite.