CORRIGÉ DEVOIR MAISON N° 9 PREMIÈRE S

EXERCICE 1

1. $(2+2\sqrt{3})^2 = 4 + 2\times2\times2\sqrt{3} + (2\sqrt{3})^2 = 4 + 8\sqrt{3} + 12 = 16 + 8\sqrt{3}$.

2. Pour résoudre l'équation trigonométrique $4\cos^2(x) + 2(\sqrt{3}-1)\cos(x) - \sqrt{3} = 0$, on pose $X = \cos(x)$; l'équation devient $4X^2 + 2(\sqrt{3}-1)X - \sqrt{3} = 0$; on calcule le discriminant :

$\Delta = b^2 - 4ac = (2(\sqrt{3}-1))^2 - 4\times4\times(-\sqrt{3}) = 4(3-2\sqrt{3}+1) + 16\sqrt{3} = 16 + 8\sqrt{3} = (2+2\sqrt{3})^2$, donc il y a deux solutions :

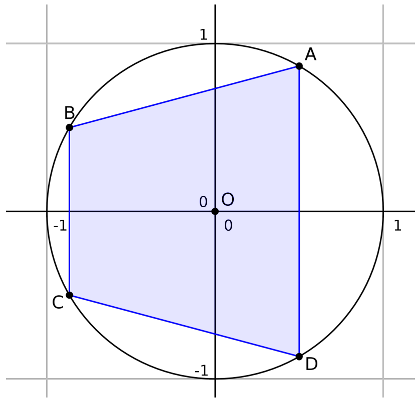
$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-2(\sqrt{3}-1)+2+2\sqrt{3}}{2\times4} = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-2(\sqrt{3}-1)-(2+2\sqrt{3})}{2\times4} = \dfrac{-4\sqrt{3}}{8} = \dfrac{-\sqrt{3}}{2}$.

D'où $\cos(x) = \dfrac{1}{2}$ donne $x_1 = \dfrac{\pi}{3}$ et $x_2 = \dfrac{-\pi}{3}$; $\cos(x) = \dfrac{-\sqrt{3}}{2}$ donne $x_1 = \dfrac{5\pi}{6}$ et $x_2 = \dfrac{-5\pi}{6}$.

Les solutions dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$: $S = \left\{ \dfrac{\pi}{3} ; \dfrac{-\pi}{3} ; \dfrac{5\pi}{6} ; \dfrac{-5\pi}{6} \right\}$.

3. Les mesures d'angles solutions correspondent à des points sur le cercle trigonométrique : $A\left(\dfrac{1}{2} ; \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $D\left(\dfrac{1}{2} ; \dfrac{-\sqrt{3}}{2}\right)$, $B\left(\dfrac{-\sqrt{3}}{2} ; \dfrac{1}{2}\right)$ et $C\left(\dfrac{-\sqrt{3}}{2} ; \dfrac{-1}{2}\right)$.

a) Les points sur le cercle trigonométrique :



b) Le polygone formé par ces quatre points est un trapèze isocèle : (AD) et (BC) sont parallèles à l'axe des ordonnées, donc parallèles.

$AB = \sqrt{\left(\dfrac{-\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\dfrac{(-\sqrt{3}-1)^2}{4}+\dfrac{(1-\sqrt{3})^2}{4}} = \sqrt{\dfrac{(3+2\sqrt{3}+1)}{4}+\dfrac{(1-2\sqrt{3}+3)}{4}} = \sqrt{2}$.

$DC = \sqrt{\left(\dfrac{-\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{-1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\dfrac{(3+2\sqrt{3}+1)}{4}+\dfrac{(1-2\sqrt{3}+3)}{4}} = \sqrt{2}$. Donc AB = DC.

EXERCICE 2 : La carte ci-dessous est une carte au trésor. Un mathématicien a laissé le texte suivant pour trouver ce trésor. Le point de départ est le point A.

$(\overrightarrow{AT}, \overrightarrow{AB}) = \dfrac{\pi}{4}$; on trace la demi-droite [AB] telle que $\widehat{TAB} = 45°$;

$(\overrightarrow{BT}, \overrightarrow{BC}) = \pi$; les points T, B, C sont alignés dans cet ordre ;

$(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) = \dfrac{\pi}{2}$; donc $\widehat{ABC} = \widehat{TBA} = 90°$; donc $\widehat{ATB} = 45°$; on trace la demi-droite [TB] telle que $\widehat{ATB} = 45°$; on trouve B ;

$\sin((\overrightarrow{CT}, \overrightarrow{CN})) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, donc $(\overrightarrow{CT}, \overrightarrow{CN}) = 45°$ ou $135°$; deux solutions possibles ; on choisit la deuxième.

$(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CN}) = \dfrac{\pi}{3}$; on trace la demi-droite [CD] telle que $\widehat{DCN} = 60°$;

$(\overrightarrow{BN}, \overrightarrow{BD}) = \dfrac{-\pi}{6}$; on trace la demi-droite [BD] telle que $\widehat{NBD} = 30°$; on trouve D à l'intersection des demi-droites ;

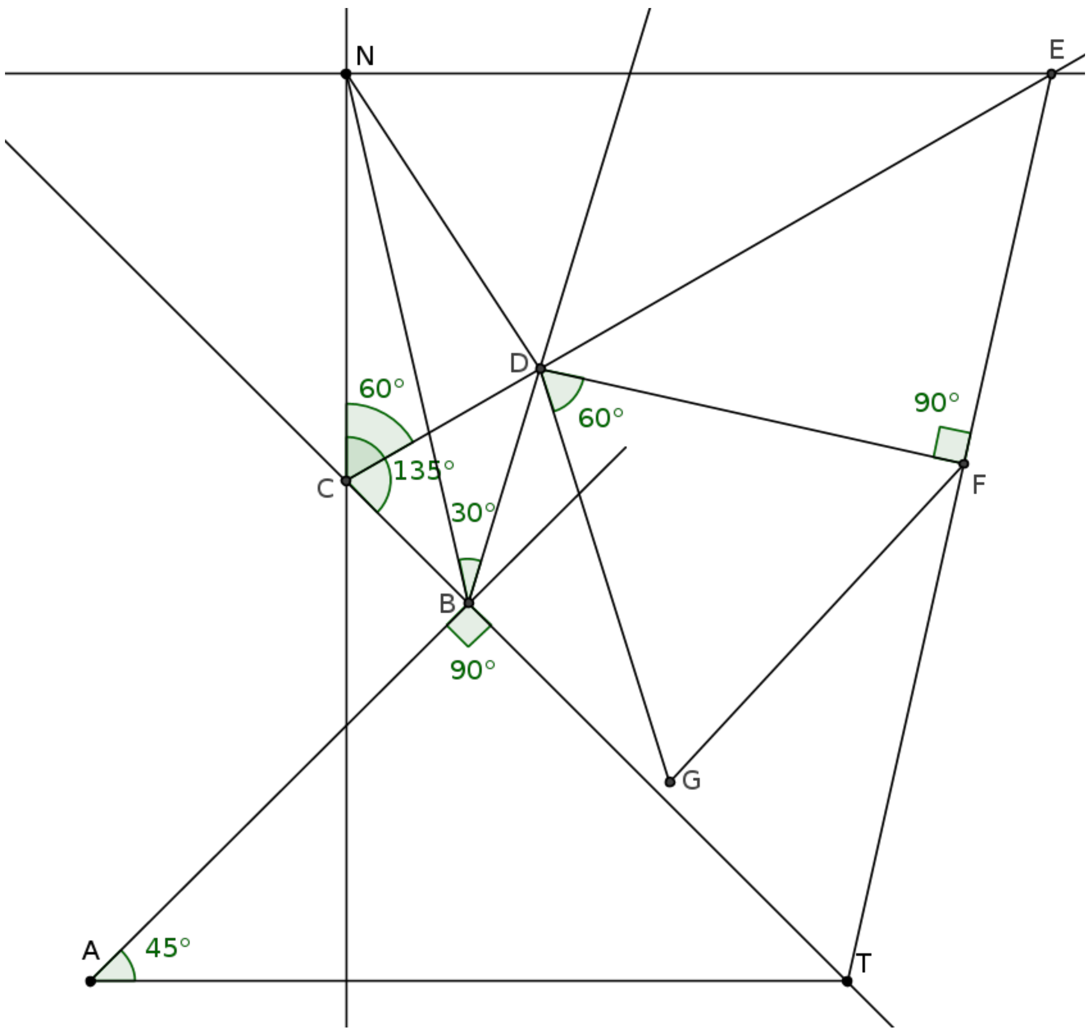
$\cos((\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DE})) = -1$; les points C, D, E sont alignés dans cet ordre ; on trace la droite (CD) ;

$(\overrightarrow{AT}, \overrightarrow{NE}) = 0$; on trace la parallèle à (AT) passant par N ; E est à l'intersection des deux droites précédentes ;

$(\overrightarrow{FE}, \overrightarrow{FD}) = \dfrac{\pi}{2}$; l'angle $\widehat{DFE} = 90°$;

$(\overrightarrow{FE}, \overrightarrow{FT}) = \pi$; les points E, F, T sont alignés dans cet ordre ; on trace (ET) et la perpendiculaire à (ET) passant par D qui coupe (ET) en F ;

$(\overrightarrow{GD}, \overrightarrow{GF}) = \dfrac{-\pi}{3}$; GD = GF ; on construit le triangle DFG est équilatéral dans le sens indirect.Le trésor est sur le point G.



N
E
D
60°
60°
90°
C
135°
F
30°
B
90°
G
A
45°
T