

EXERCICE 1 : 1. Dans un repère orthonormé du plan, on considère la courbe représentative de la fonction racine carrée, un point M d'abscisse x de la courbe et le point A(7 ; 0). On sait que $M(x ; \sqrt{x})$.

$$\text{La distance } AM = \sqrt{(x_A - x_M)^2 + (y_A - y_M)^2} = \sqrt{(7-x)^2 + (0-\sqrt{x})^2} = \sqrt{49 - 14x + x^2 + x} = \sqrt{x^2 - 13x + 49}.$$

2. Donc $AM = \sqrt{P(x)}$ où P est le polynôme défini par $P(x) = x^2 - 13x + 49$.

La fonction donnant AM a les mêmes variations que P ; $\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{13}{2} = 6,5$ et

$\beta = P(6,5) = 6,5^2 - 13 \times 6,5 + 49 = 6,75$; comme $a = 1 > 0$, le polynôme est décroissant sur $] -\infty ; 6,5]$ et croissant sur $[6,5 ; +\infty [$; la fonction donnant AM a les mêmes variations, donc admet un minimum lorsque $x = 6,5$; ce minimum est égal à $\sqrt{6,75} \approx 2,6$.

Le point de la courbe représentative de la fonction racine carrée le plus proche du point A est le point de coordonnées $(6,5 ; \sqrt{6,5})$.

EXERCICE 2 : 1. On considère la fonction f définie par $f(x) = |g(x)|$ où $g(x) = x^2 - 8x + 15$.

La fonction g est un polynôme du second degré avec $a = 1 > 0$, et le sommet de la parabole a pour abscisse :

$$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{8}{2} = 4 \text{ et pour ordonnée } \beta = g(4) = 4^2 - 8 \times 4 + 15 = -1.$$

On résout l'équation $g(x) = 0$: on calcule le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \times 1 \times 15 = 4 > 0$, donc l'équation a deux

$$\text{solutions : } x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 - 2}{2 \times 1} = 3 \text{ et}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 + 2}{2 \times 1} = 5.$$

Si $g(x) > 0$, alors $f(x) = g(x)$ et les fonctions f et g ont les mêmes variations ;

Si $g(x) < 0$, alors $f(x) = -g(x)$ et les fonctions f et g ont des variations inverses.

D'où le tableau de variations des deux fonctions :

x	$-\infty$	3	4	5	$+\infty$
$g(x)$					
$f(x)$					

EXERCICE 3 : Une usine conditionne du sucre en poudre en sachet de 20 grammes. Pour vérifier la conformité de la masse de sucre, on a effectué un contrôle consistant à mesurer la masse d'un échantillon de 200 paquets, résultats donnés dans le tableau ci-contre.

1. A l'aide de la calculatrice, la moyenne $\bar{x} = 19,59$ et l'écart-type $\sigma = 1,69$.

2. Selon la charte de qualité, les sachets dont la masse n'est pas dans l'intervalle $[\bar{x} - 2\sigma ; \bar{x} + 2\sigma]$ ne sont pas vendus. On trouve $\bar{x} - 2\sigma = 16,21$ et $\bar{x} + 2\sigma = 22,97$; donc les sachets qui ne sont pas dans cet intervalle sont ceux dont la masse est de 16 et 23 grammes, soit $6 + 10 = 16$ sachets, soit $\frac{16 \times 100}{200} = 8\%$ de la production.

masse (g)	16	17	18	19	20	21	22	23
Effectifs	6	18	30	38	52	28	18	10

EXERCICE 4 : Pour une série statistique $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$, on définit :

l'écart-moyen par $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} (x_i - \bar{x})$ et l'écart-moyen absolu par $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} |x_i - \bar{x}|$ où \bar{x} est la moyenne de la série.

$$1. \text{ L'écart moyen } \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} (x_i - \bar{x}) = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^{i=n} x_i - \sum_{i=1}^{i=n} \bar{x} \right) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} x_i - \frac{1}{n} (n \bar{x}) = \bar{x} - \bar{x} = 0.$$

2. Si la série est $\{1 ; 5 ; 7 ; 13\}$, la moyenne $\bar{x} = \frac{1+5+7+13}{4} = 6,5$ et l'écart-moyen absolu est

$$\frac{1}{4} (|1-6,5| + |5-6,5| + |7-6,5| + |13-6,5|) = \frac{1}{4} (|-5,5| + |-1,5| + |0,5| + |6,5|) = \frac{1}{4} (5,5 + 1,5 + 0,5 + 6,5) = 3,5.$$

EXERCICE 5 : On mesure la quantité d'une certaine molécule M dans le sang, sur un groupe de 100 individus souffrant d'une même maladie P. Ces individus sont répartis au hasard en deux groupes :

- un groupe A de 50 individus qui ne reçoivent pas le traitement ;
- un groupe B de 50 individus qui reçoivent le traitement.

La quantité est mesuré en microgrammes par litre.

Le tableau ci-contre donne les résultats obtenus pour le groupe A.

Quantité ($\mu\text{g/L}$)	[130 ; 140[[140 ; 150[[150 ; 160[[160 ; 170[[170 ; 180[[180 ; 190[
Effectifs	5	8	8	11	12	6
E.C.C.	5	13	21	32	44	50

1. Le tableau complété.

2. Le polygone des effectifs cumulés croissants :

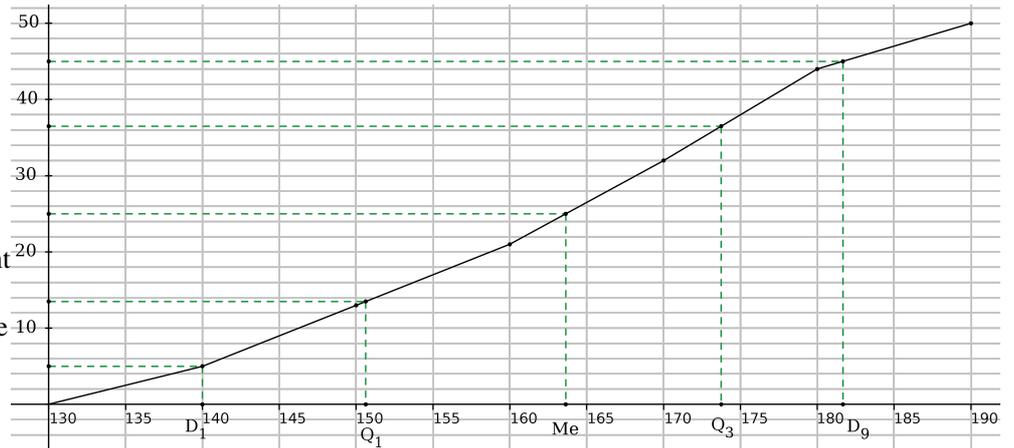
3. On en déduit la médiane (antécédent de 25), $Me = 163,6$;

le premier quartile (antécédent de 12,5), $Q_1 = 150,6$;

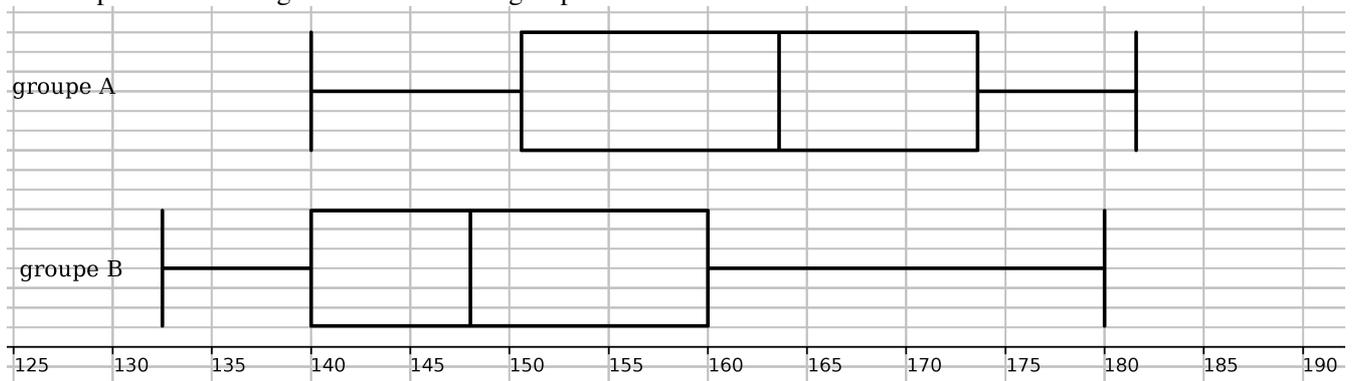
le troisième quartile (antécédent de 37,5), $Q_3 = 173,7$;

le premier décile (antécédent de 5), $D_1 = 140$;

le neuvième décile (antécédent de 45), $D_9 = 181,6$.



4. Les données recueillies par le groupe B ont été résumées dans le diagramme en boîte ci-dessous. On complète avec le diagramme en boîte du groupe A.



5. L'effet du traitement sur les individus du groupe B par rapport à ceux du groupe A est une diminution de la quantité de la molécule M.