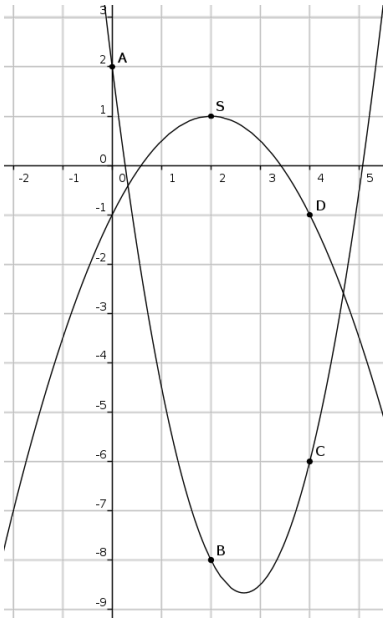
CORRIGÉ DEVOIR MAISON N° 1 PREMIÈRE S



EXERCICE 1 : Le graphique ci-contre donne deux paraboles P_1 et P_2 et les points A, B, C, D et S dont les coordonnées sont entières.
A, B et C sont sur P_1 , D est sur P_2 et S est le sommet de P_2.
1. Pour P_1 : A(0 ; 2), donc si $f(x) = ax^2 + bx + c$, alors $f(0) = 2$, donc $c = 2$.
B(2 ; – 8), donc $f(2) = 4a + 2b + 2 = -8$, donc $4a + 2b = -10$, soit $2a + b = -5$.
C(4 ; – 6), donc $f(4) = 16a + 4b + 2 = -6$, donc $16a + 4b = -8$, soit $4a + b = -2$.
On résout le système $\begin{cases} 4a+b=-2 \\ 2a+b=-5 \end{cases}$. On soustrait les deux équations :
$2a = 3$, donc $a = 1{,}5$; donc $2\times1{,}5 + b = -5$, donc $b = -8$.
Ainsi $f(x) = 1{,}5x^2 - 8x + 2$.
Pour P_1 : S(2 ; 1), donc $g(x) = a(x - 2)^2 + 1$.
D(4 ; – 1), donc $g(4) = a(4 - 2)^2 + 1 = 4a + 1 = -1$, donc $4a = -2$, soit $a = -0{,}5$.
Ainsi $g(x) = -0{,}5(x - 2)^2 + 1 = -0{,}5x^2 + 2x - 1$.

2. Les coordonnées du sommet de P_1 : abscisse : $\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{8}{2\times1{,}5} = \dfrac{8}{3}$ et ordonnée $\beta = f(\alpha) = f(\dfrac{8}{3}) = 1{,}5\times\left(\dfrac{8}{3}\right)^2 - 8\times\dfrac{8}{3} + 2 = \dfrac{3}{2}\times\dfrac{64}{9} - \dfrac{64}{3} + 2 = \dfrac{32}{3} - \dfrac{64}{3} + 2 = \dfrac{-26}{3}$. Le sommet de P_1 a pour coordonnées $(\dfrac{8}{3} ; \dfrac{-26}{3})$.

3. Résolution des équations $f(x) = 0$ et $g(x) = 0$:
$f(x) = 0$ équivaut à $1{,}5x^2 - 8x + 2 = 0$: le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4\times1{,}5\times2 = 64 - 12 = 52 > 0$, donc l'équation a deux solutions : $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{8-\sqrt{52}}{2\times1{,}5} = \dfrac{-8-2\sqrt{13}}{3}$ et $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-8+2\sqrt{13}}{3}$.
$g(x) = 0$ équivaut à $-0{,}5x^2 + 2x - 1 = 0$: le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4\times(-0{,}5)\times(-1) = 4 - 2 = 2 > 0$, donc l'équation a deux solutions : $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-2-\sqrt{2}}{2\times(-0{,}5)} = 2 + \sqrt{2}$ et $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-2+\sqrt{2}}{2\times(-0{,}5)} = 2 - \sqrt{2}$.

4. Les abscisses des points d'intersection des deux paraboles sont solutions de l'équation $f(x) = g(x)$,
soit $1{,}5x^2 - 8x + 2 = -0{,}5x^2 + 2x - 1$ équivaut à $2x^2 - 10x + 3 = 0$.
le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = 10^2 - 4\times2\times3 = 100 - 24 = 76 > 0$, donc l'équation a deux solutions :
$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{10-\sqrt{76}}{2\times2} = \dfrac{10-2\sqrt{19}}{4} = \dfrac{5-\sqrt{19}}{2}$ et $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{10+\sqrt{76}}{2\times2} = \dfrac{10+2\sqrt{19}}{4} = \dfrac{5+\sqrt{19}}{2}$.
Les ordonnées : $y_1 = f(\dfrac{5-\sqrt{19}}{2}) = 1{,}5\left(\dfrac{5-\sqrt{19}}{2}\right)^2 - 8\dfrac{5-\sqrt{19}}{2} + 2 = 1{,}5\dfrac{25-10\sqrt{19}+19}{4} - 8\dfrac{5-\sqrt{19}}{2} + 2 = \dfrac{-6+\sqrt{19}}{4}$; $y_2 = f(\dfrac{5+\sqrt{19}}{2}) = 1{,}5\left(\dfrac{5+\sqrt{19}}{2}\right)^2 - 8\dfrac{5+\sqrt{19}}{2} + 2 = 1{,}5\dfrac{25+10\sqrt{19}+19}{4} - 8\dfrac{5+\sqrt{19}}{2} + 2 = \dfrac{-6-\sqrt{19}}{4}$.

5. Résolution de l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$: équivaut à $2x^2 - 10x + 3 \leqslant 0$. $S = [\dfrac{5-\sqrt{19}}{2} ; \dfrac{5+\sqrt{19}}{2}]$

EXERCICE 2 : 1. Le sommet de la parabole est S(4 ; 2,4) et la parabole passe par le point A(0 ; 0,8).
Donc $f(x) = a(x - 4)^2 + 2{,}4$ et $f(0) = a(0 - 4)^2 + 2{,}4 = 0{,}8$, soit $16a = -1{,}6$, donc $a = -0{,}1$.
Ainsi $f(x) = -0{,}1(x - 4)^2 + 2{,}4 = -0{,}1x^2 + 0{,}8x + 0{,}8$.
2. Le point d'impact de la balle au sol dans le repère donné a pour abscisse une solution de l'équation $f(x) = 0$, soit $-0{,}1(x - 4)^2 + 2{,}4 = 0$ équivaut à $-0{,}1(x - 4)^2 = -2{,}4$ équivaut à $(x - 4)^2 = 24$ équivaut à $x - 4 = \sqrt{24}$ ou $x - 4 = -\sqrt{24}$ équivaut à $x = 4 + \sqrt{24} = 4 + 2\sqrt{6}$ ou $x = 4 - 2\sqrt{6}$.
La solution cherchée est positive, donc le point d'impact de la balle au sol est à l'abscisse $4 + 2\sqrt{6}$ compris entre 8,898 et 8,899 m (encadrement au mm près).
3. a) L'inéquation $f(x) \geq 2$ équivaut à $-0{,}1(x - 4)^2 + 2{,}4 \geq 2$ équivaut à $-0{,}1(x - 4)^2 \geq -0{,}4$ équivaut à $(x - 4)^2 \leq 4$ équivaut à $-2 \leq x - 4 \leq 2$ équivaut à $2 \leq x \leq 6$.
b) Interprétation : La balle est à une altitude supérieure ou égale à 2 m lorsque l'abscisse des coordonnées de la balle est comprise entre 2 et 6 m.