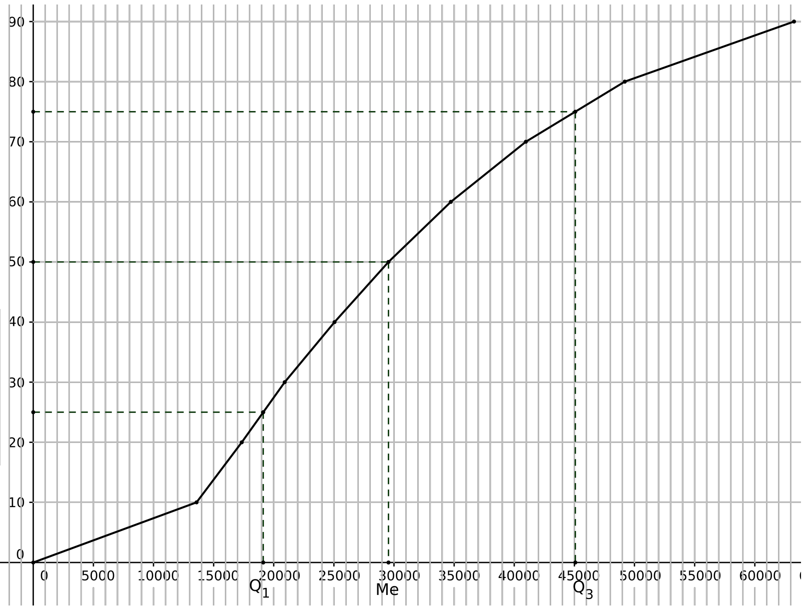
CORRIGÉ DEVOIR MAISON N° 5 PREMIÈRE S

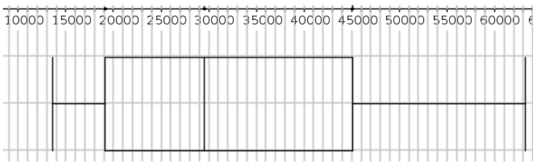
EXERCICE 1

On considère la série statistique ci-contre donnant les déciles des revenus disponibles des ménages sur l'année 2013 en France Métropolitaine (source : INSEE).

Revenus	13 580	17 340	20 910	25 050	29 540	34 720	40 960	49 190	63 260
Déciles	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9



1. Le polygone des fréquences cumulées croissantes de cette série :
2. La médiane est égale à D5 = 29540 €.
Les quartiles : Q_1 est compris entre D_2 et D_3, soit Q_1 = 19125 € ;
Q_3 est compris entre D_7 et D_8, soit Q_3 = 45075 €.
3. Le diagramme de Tukey :



4. Le seuil de pauvreté en 2013 est défini par 60 % du revenu médian, soit $60\times 29540/100$ = 17724 € ;
par lecture graphique, le pourcentage de la population vivant sous le seuil de pauvreté en 2013 est de 21 %.
5. On suppose que tous les revenus augmente de 10 %: on note $\bar{x}$ la moyenne de départ.

La nouvelle moyenne est égale $\dfrac{n(\bar{x}+0{,}1\,\bar{x})}{n}$ = $\bar{x}$ + 0,1 $\bar{x}$ = 1,1 $\bar{x}$; la moyenne augmente de 10 %.

La nouvelle variance = $\dfrac{\sum_{i=1}^{i=n}(1{,}1\,\bar{x}-1{,}1\,x_i)^2}{n}$ = $\dfrac{\sum_{i=1}^{i=n}1{,}1^2(\bar{x}-x_i)^2}{n}$ = $\dfrac{1{,}1^2\sum_{i=1}^{i=n}(\bar{x}-x_i)^2}{n}$ = $1{,}1^2\dfrac{\sum_{i=1}^{i=n}(\bar{x}-x_i)^2}{n}$ = $1{,}1^2$ V(x),

d'où le nouvel écart-type = 1,1 $\sqrt{V(x)}$ donc l'écart-type augmente aussi de 10 %.
La médiane ainsi que les quartiles augmente aussi de 10 %. Donc le seuil de pauvreté en 2013 augmente aussi de 10 % et le pourcentage de la population vivant sous le seuil de pauvreté en 2013 ne change pas.

EXERCICE 2

Le tableau ci-contre donne la répartition des membres du personnel d'une entreprise suivant leur ancienneté :

Ancienneté (en années)	[0 ; 5[	[5 ; 10[	[10 ; 15[	[15 ; 20[	[20 ; 25[	[25 ; 30[
Nombre de salariés	12	52	46	18	7	10
Centre des classes	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5

1. La moyenne $\bar{x}$ = $\dfrac{2{,}5\times 12+7{,}5\times 52+...+27{,}5\times 10}{145}$ = 12,02

et l'écart-type σ = 6,36.

2. L'intervalle [$\bar{x}$ – σ ; [$\bar{x}$ + σ] = [5,66 ; 18,38]. On utilise la proportionnalité :

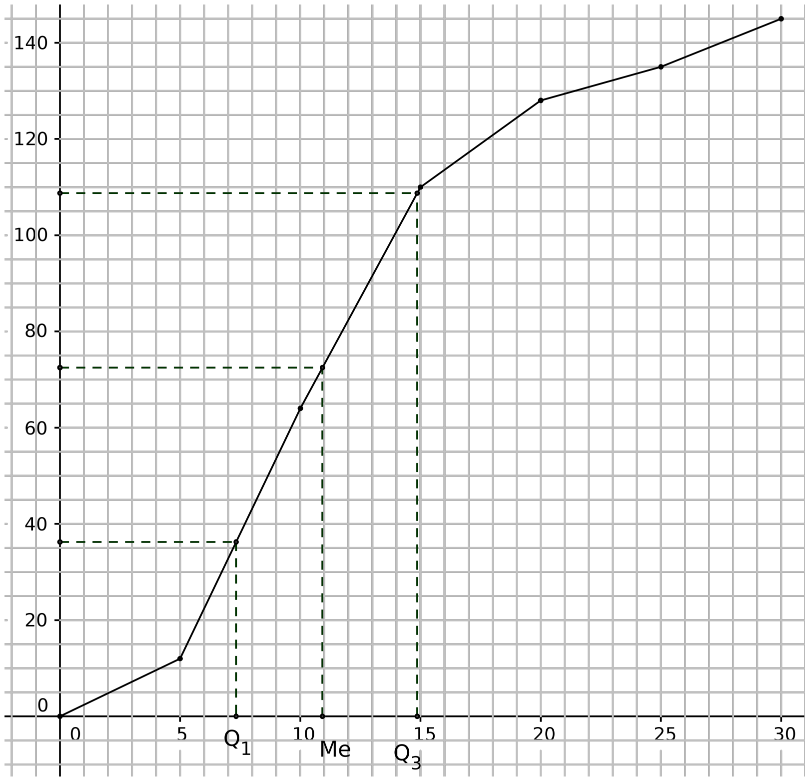
un effectif de 52 dans [5 ; 10] donne un effectif de $\dfrac{52\times 4{,}34}{5}$ = 45,1 dans [5,66 ; 10] (amplitude = 4,34) ;

un effectif de 18 dans [15 ; 20] donne un effectif de $\dfrac{18\times 3{,}38}{5}$ = 12,2 dans [15 ; 18,38] (amplitude = 3,38) ;

d'où un effectif de 45,1 + 46 + 12,2 = 103,3 dans [5,66 ; 18,38]. D'où un pourcentage de $\dfrac{103{,}3\times 100}{145}$ = 71,24 %.

Le pourcentage de salariés dont l'ancienneté est dans l'intervalle [$\bar{x}$ – σ ; [$\bar{x}$ + σ] est 71,24 %.

3. Le polygone des effectifs cumulés croissants :



4. On en déduit la médiane et les quartiles de la série ainsi que l'écart interquartile :
la médiane est l'antécédent de 145/2 = 72,5 ; on trouve Me = 10,9 ;

le premier quartile est l'antécédent de 145/4 = 36,25 ; on trouve Q_1 = 7,3 ;

et le troisième quartile est l'antécédent de 145*3/4 = 180,75 ; on trouve Q_3 = 14,8.

5. Le patron de l'entreprise décide de donner une prime de fin d'année à chaque salarié en fonction de l'ancienneté donnée dans la tableau ci-contre :

Ancienneté (en années)	[0 ; 5[	[5 ; 10[	[10 ; 15[	[15 ; 20[	[20 ; 25[	[25 ; 30[
Prime (en milliers d'euros)	0,5	1	1,5	2	3	4

Le montant global de la prime versée est égale à

$0{,}5\times 12+1\times 52+1{,}5\times 46+2\times 18+3\times 7+4\times 10$ = 224 milliers d'euro

et la moyenne par salarié est égale à $\frac{224}{145}$ = 1,54 millier d'euro.