

EXERCICE 1

On considère la suite numérique (u_n) définie sur \mathbb{N} par $u_0 = 1000$ et $u_{n+1} = 0,9u_n + 90$.

1. Calculer u_1 , u_2 et u_3 .
2. La suite (u_n) est-elle arithmétique ? Géométrique ? Justifier la réponse.
3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 900$.
 - a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique. Préciser sa raison et son premier terme.
 - b) En déduire v_n en fonction de n , puis u_n en fonction de n .
4. La suite admet-elle une limite ? Si oui, laquelle ?
5. A l'aide de la calculatrice, déterminer le plus petit entier naturel n tel que $u_n \leq 901$.

EXERCICE 2

On considère la suite numérique (u_n) définie sur \mathbb{N} par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{3u_n}{3+u_n}$.

1. Calculer u_1 , u_2 et u_3 .
2. La suite (u_n) est-elle arithmétique ? Géométrique ? Justifier la réponse.
3. Représenter graphiquement les sept premiers termes de la suite (u_n) dans le repère donné ci-dessous.
4. Conjecturer alors le sens de variations de la suite (u_n) .
5. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = \frac{1}{u_n}$.
 - a) Montrer que la suite (v_n) est arithmétique. Préciser sa raison et son premier terme.
 - b) En déduire v_n en fonction de n , puis u_n en fonction de n .
 - c) Démontrer alors le résultat de la question 4.
6. Montrer que pour tout entier naturel n , $0 \leq u_n \leq 2$.
7. La suite admet-elle une limite ? Si oui, laquelle ?

