CORRIGE DEVOIR SURVEILLÉ N° 3 PREMIÈRE S

EXERCICE 1 : Le plan est muni d'un repère orthogonal. On considère la droite D_m d'équation cartésienne $(3m-2)x + my - 3 = 0$ avec m réel.

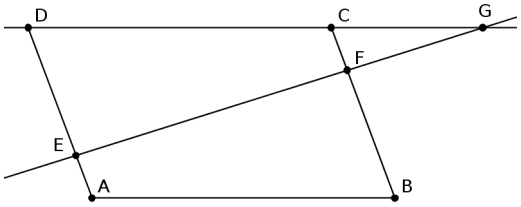
1. Les coordonnées d'un vecteur directeur de D_m : $\vec{u}\ (-m\ ;\ 3m-2)$.

2. D_m est parallèle à l'axe des abscisses si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{i}\ (1\ ;\ 0)$ sont colinéaires, soit $-m\times 0 - 1(3m-2) = 0$, soit $m = \dfrac{2}{3}$.

3. Un vecteur directeur de (d) est $\vec{v}\ (3\ ;\ 2)$. D_m est parallèle à (d) si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires, soit $-m\times 2 - 3(3m-2) = 0$, soit $-11m + 6 = 0$, soit $m = \dfrac{6}{11}$.

4. Le point A(– 1 ; – 2) appartient à la droite D_m si les coordonnées du point vérifient l'équation de la droite, soit $(3m-2)(-1) + m(-2) - 3 = 0$, soit $-5m - 1 = 0$, soit $m = \dfrac{-1}{5}$.

EXERCICE 2 : ABCD est un parallélogramme non aplati. Les points E et F sont définis par $\overrightarrow{AE} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{CF} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{DA}$.



1. On a $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BA} + \dfrac{1}{4}\overrightarrow{AD}$ et

$\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{4}\overrightarrow{DA} = -\overrightarrow{BE}$.

Donc les vecteurs $\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{DF}$ sont colinéaires et les droites (BE) et (DF) sont parallèles.

2. Dans le repère $(A\ ;\ \overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AD})$, on a A(0 ; 0), B(1 ; 0), D(0 ; 1), C(1 ; 1), E(0 ; $\dfrac{1}{4}$) et F(1 ; $\dfrac{3}{4}$)

car $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \dfrac{1}{4}\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AB} + \dfrac{3}{4}\overrightarrow{AD}$.

Le vecteur $\overrightarrow{EF}$ est un vecteur directeur de la droite (EF) ; soit M(x ; y) un point de (EF) ; alors les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ $(1\ ;\ \dfrac{1}{2})$ et $\overrightarrow{EM}\ (x-0\ ;\ y-\dfrac{1}{4})$ sont colinéaires, d'où $1(y-\dfrac{1}{4}) - \dfrac{1}{2}(x-0) = 0$, soit $-\dfrac{1}{2}x + y - \dfrac{1}{4} = 0$, soit $-2x + 4y - 1 = 0$, soit $2x - 4y + 1 = 0$ qui est une équation cartésienne de la droite (EF).

Un équation cartésienne de la droite (CD) est $y - 1 = 0$. Les coordonnées du point d'intersection des droites (EF) et (CD) vérifient le système $\begin{cases} 2x-4y+1=0 \\ y=1 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} 2x-3=0 \\ y=1 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} x=1{,}5 \\ y=1 \end{cases}$. Le point d'intersection des droites (EF) et (CD) est (1,5 ; 1).

EXERCICE 3 : On considère les fonctions f, g et h définies par $f(x) = \sqrt{2x+3} - 1$, $g(x) = \sqrt{-x^2+9}$ et $h(x) = 1 - \dfrac{4}{\sqrt{x}}$.

1. L'ensemble de définition de la fonction f : la fonction est définie lorsque $2x + 3 \geq 0$, soit $x \geq -1{,}5$; donc $D_f = [-1{,}5\ ;\ +\infty[$.

L'ensemble de définition de la fonction g : la fonction est définie lorsque $-x^2 + 9 \geq 0$, soit $x^2 \leq 9$, soit $-3 \leq x \leq 3$; donc $D_g = [-3\ ;\ +3]$.

L'ensemble de définition de la fonction h : la fonction est définie lorsque $\sqrt{x} \neq 0$ et $x \geq 0$, soit $x > 0$; donc $D_h =]0\ ;\ +\infty[$.

2. Les variations des fonctions sur leur ensemble de définition :

La fonction $x \to 2x + 3$ est une fonction affine croissante puisque $a = 2 > 0$; la fonction racine carrée conserve l'ordre donc la fonction f est croissante sur $D_f = [-1{,}5\ ;\ +\infty[$.

La fonction $x \to -x^2 + 9$ est une fonction polynôme du second degré dont la parabole représentative a pour sommet S(0 ; 9) avec $a = -1 < 0$; donc cette fonction est croissante sur [– 3 ; 0] et décroissante sur [0 ; 3], donc la fonction g est croissante sur [– 3 ; 0] et décroissante sur [0 ; 3].

La fonction h : Soient a et b deux réels de $]0 ; +\infty[$ avec $a < b$; alors $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ car la fonction racine carrée conserve l'ordre ; $\frac{1}{\sqrt{a}} > \frac{1}{\sqrt{b}}$ car la fonction inverse inverse l'ordre ; $\frac{-4}{\sqrt{a}} < \frac{-4}{\sqrt{b}}$ car la multiplication par un nombre négatif inverse l'ordre ; $\frac{-4}{\sqrt{a}} + 1 < \frac{-4}{\sqrt{b}} + 1$, soit $h(a) < h(b)$; la fonction h conserve l'ordre, donc elle est croissante sur $]0 ; +\infty[$.
Les tableaux de variations :

x	$-1{,}5$	$+\infty$
$f(x)$	0 ↗	

x	-3	1	3
$g(x)$	0 ↗	3	↘ 0

x	0	$+\infty$
$h(x)$	|| ↗	

EXERCICE 4 : 1. Question de cours :
On considère deux réels a et b deux réels de $[0 ; +\infty[$ avec $a < b$; alors $|a| = a$ et $|b| = b$, d'où $|a| < |b|$; l'ordre est conservé, donc la fonction valeur absolue est croissante sur $[0 ; +\infty[$;
On considère deux réels a et b deux réels de $]-\infty ; 0]$ avec $a < b$; alors $|a| = -a$ et $|b| = -b$;
de plus $a < b$ implique $-a > -b$; d'où $|a| > |b|$; l'ordre est inversé, donc la fonction valeur absolue est décroissante sur $]-\infty ; 0]$.

La représentation de cette fonction dans un repère orthonormé du plan :

2. Résolution de l'équation $|x - 2| = 5$:
Si $x - 2 \geq 0$, soit $x \geq 2$, alors $|x - 2| = 5$ équivaut à $x - 2 = 5$ équivaut à $x = 7$;
Si $x - 2 \leq 0$, soit $x \leq 2$, alors $|x - 2| = 5$ équivaut à $-x + 2 = 5$ équivaut à $x = -3$.
Les solutions de l'équation sont 7 et -3.

3. On note $u(x) = |x|$.
Déterminer les ensembles de définition et dresser les tableaux de variations des fonctions f et g définies par $f(x) = \frac{1}{u(x)}$ et $g(x) = 2u(x) - 8$.

La fonction f est définie lorsque $u(x) \neq 0$; donc $D_f = \mathbb{R}^*$.
La fonction f a des variations contraires de celles de u par la fonction inverse ; donc la fonction f est croissante sur $]-\infty ; 0[$ et décroissante sur $]0 ; +\infty[$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↗	||	↘

La fonction g est définie sur lorsque $\mathbb{R}$ comme $u(x)$; donc $D_g = \mathbb{R}$.
La fonction g a les mêmes variations que u car multiplié par 2 et soustraire 8 conserve l'ordre des nombres ; donc la fonction g est décroissante sur $]-\infty ; 0]$ et croissante sur $[0 ; +\infty[$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	↘	-8	↗