CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 4 PREMIÈRE S

EXERCICE 1 : Une usine d'embouteillage d'eau minérale produit et conditionne des bouteilles de 1,5 L. Des bouteilles sont prélevées à la fin de la chaîne de production et on mesure le volume d'eau contenu dans ces bouteilles. Les données sont rassemblées dans le tableau ci-contre :

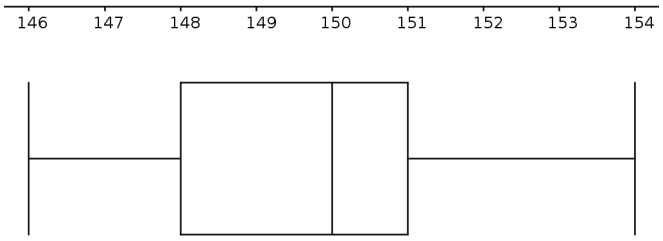
Volume (en cL)	146	147	148	149	150	151	152	153	154
Effectifs	5	9	14	18	23	14	10	5	2
E.C.C.	5	14	28	46	69	83	93	98	100

1. La moyenne $\bar{x} = 149{,}64$ et l'écart-type $\sigma = 1{,}88$.

2. L'intervalle $[\bar{x} - \sigma ; \bar{x} + \sigma] = [147{,}76 ; 151{,}52]$. Il contient les valeurs de 148 à 151 avec un effectif de 14 + 18 + 23 + 14 = 69 donc un pourcentage de 69 % puisque l'effectif total est égal à 100.

3. La médiane de la série est Me = 150 ;
les quartiles $Q_1 = 148$ et $Q_3 = 151$.

4. Le diagramme en boîte (ou diagramme de Tukey) :



5. Selon la charte de qualité, les bouteilles dont le volume n'est pas dans l'intervalle $[\bar{x} - \sigma ; \bar{x} + \sigma]$ ne sont pas expédiées. Le pourcentage de la production que cela représente est 100 – 69 = 31 %.

EXERCICE 2 : Pour chacune des suites suivantes, les trois premiers termes :

a) $u_0 = -2$ et $u_{n+1} = 3u_n + 5$; $u_1 = 3(-2) + 5 = -1$; $u_2 = 3(-1) + 5 = 2$.

b) $u_n = \dfrac{\sqrt{2n+1}}{n+1}$; $u_0 = \dfrac{\sqrt{2\times 0+1}}{0+1} = 1$; $u_1 = \dfrac{\sqrt{2\times 1+1}}{1+1} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$; $u_2 = \dfrac{\sqrt{2\times 2+1}}{2+1} = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

c) $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{u_n + 1}$; $u_1 = \dfrac{u_0}{u_0+1} = \dfrac{1}{2}$; $u_2 = \dfrac{u_1}{u_1+1} = \dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+1} = \dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \dfrac{1}{3}$.

d) $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 2u_n - n + 1$; $u_1 = 2u_0 - 0 + 1 = 3$; $u_2 = 2u_1 - 1 + 1 = 6$.

EXERCICE 3 : 1. La suite des entiers naturels non nuls multiples de 3 : 3, 6, 9, 12, … est une suite arithmétique puisque un terme de la suite est égale au précédent auquel on ajoute 3 : $u_{n+1} = u_n + 3$ avec $u_0 = 3$;
on obtient la forme explicite : $u_n = 3 + 3n = 3(n + 1)$. La raison est 3 et le premier terme $u_0 = 3$.

2. La somme des entiers multiples de 3 pour les 100 premiers multiples = $\sum_{k=0}^{k=99} u_k = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_{99} =$

$3 + 6 + 9 + 12 + \ldots + u_{99} = 100\,\dfrac{u_0 + u_{99}}{2} = 100\,\dfrac{3+300}{2} = 15150$.

EXERCICE 4 : Le format des feuilles de papier est construit à partir d'une feuille A_0 dont l'aire est égale à 1 m² et sa longueur est égale à la largeur multiplié par $\sqrt{2}$.
La feuille A_1 est la moitié de A_0 , c'est-à-dire que sa longueur est la largeur de A_0 et sa largeur est la moitié de la longueur de A_0, la feuille A_2 est la moitié de A_1 , etc.

1. a) L'aire du format A_{n+1} est la moitié de l'aire du format A_n ; donc $u_{n+1} = 0{,}5u_n$ et $u_0 = 1$ donc la suite des aires est une suite géométrique (u_n) de raison 0,5 et de premier terme $u_0 = 1$ m^2 .

b) D'où la forme explicite $u_n = u_0\, 0{,}5^n = 0{,}5^n$.

c) L'aire d'une feuille de format A_8 est $u_8 = 0{,}5^8 = 0{,}00390625$ m² soit 39 cm^2 .

d) La somme des aires des feuilles de format A_0 jusqu'à A_{10} est égale à $\sum_{k=0}^{k=10} u_k = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_{10} =$

$= u_0 \times \dfrac{1-0{,}5^{11}}{1-0{,}5} = 2(1 - 0{,}5^{11}) \simeq 1{,}999$ m^2 .

2. a) Comme la longueur L d'une feuille de format A_0 est égale à la largeur l multiplié par $\sqrt{2}$, alors l'aire de cette feuille est égale à L $l = 1$, soit $l^2\ \sqrt{2} = 1$, soit $l^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$, soit $l = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}}} \simeq 0{,}84$ m, soit 84 cm.
Donc la largeur d'une feuille de format A_0 est environ égale à 84 cm.

b) On note, pour tout entier naturel n, v_n = la largeur de la feuille de format A_n et on admet que $v_0 = 84$ cm.
La largeur de la feuille de format A_1 est la moitié de la longueur de la feuille de format A_0 , soit $\frac{L}{2} = l\ \frac{\sqrt{2}}{2}$;
cette opération se réitère sur les autres formats, donc $v_{n+1} = \frac{\sqrt{2}}{2} v_n$ et la suite (v_n) est géométrique de raison $\frac{\sqrt{2}}{2}$ et de premier terme $v_0 = 84$. Donc $v_n = 84 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$.
c) On dispose 10 feuilles de format A_0 à A_9 les unes à côté des autres.
La longueur L est égale à $\sum_{k=0}^{k=9} v_k = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots + v_9 = v_0 \times \frac{1-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{10}}{1-\frac{\sqrt{2}}{2}} = 84 \times 2 \times \frac{1-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{10}}{2-\sqrt{2}} \simeq 277{,}83$ cm.