CORRIGÉ DEVOIR MAISON N° 1 PREMIÈRE STD2A

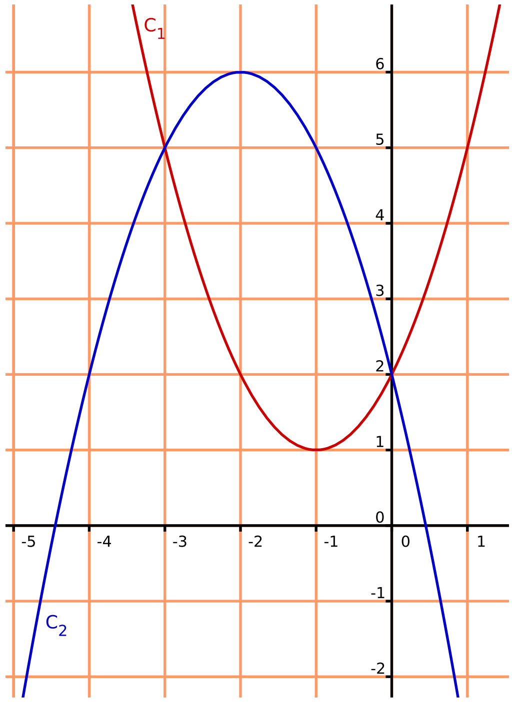
EXERCICE 1 : On considère les polynômes P_1 et P_2 définis par $P_1(x) = x^2 + 2x + 2$ et $P_2(x) = -x^2 - 4x + 2$, et les paraboles C_1 et C_2 représentatives de ces polynômes.

1. Résolution des équations $P_1(x) = 0$: on calcule le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4\times1\times2 = -4 < 0$, donc l'équation n'a pas de solutions : S = $\emptyset$.

$P_2(x) = 0$: on calcule le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4\times(-1)\times2 = 24 > 0$, donc l'équation a deux solutions : $x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{4+\sqrt{24}}{2\times(-1)} = \dfrac{4+2\sqrt{6}}{-2} = -2-\sqrt{6}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -2+\sqrt{6}$. $S = \{-2-\sqrt{6}\ ; -2+\sqrt{6}\}$.

$P_1(x) = P_2(x)$: on simplifie l'équation : $x^2 + 2x + 2 = -x^2 - 4x + 2$, soit $2x^2 + 6x = 0$, soit $2x(x+3) = 0$.
Un produit de facteurs est nul si l'un des facteurs est nul : $2x = 0$ donne $x = 0$; et $x + 3 = 0$ donne $x = -3$. $S = \{0\ ; -3\}$

2. Le tracé des courbes C_1 et C_2 dans un repère orthonormé :



3. Les tableaux de variations :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$P_1(x)$	$+\infty$ ↘	1	↗ $+\infty$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$P_2(x)$	$-\infty$ ↗	6	↘ $-\infty$

Les tableaux de signes :

x	$-\infty$	$+\infty$
$P_1(x)$	+	

Pour P_1, $a > 0$ et $\Delta < 0$,
Pour P_2, $a < 0$ et $\Delta > 0$,

x	$-\infty$		$-2-\sqrt{6}$		$-2+\sqrt{6}$		$+\infty$
$P_2(x)$		$-$	0	+	0	$-$	

4. Les solutions de la première question correspondent aux abscisses des points d'intersection d'une courbe avec l'axe des abscisses ou des deux courbes.

5. L'inéquation $P_1(x) \leqslant P_2(x)$ équivaut à $2x^2 + 6x \leqslant 0$. On fait un tableau de signes :

x	$-\infty$		-3		0		$+\infty$
$2x^2 + 6x$		+	0	$-$	0	+	

La solution de l'inéquation est $S = [-3\ ; 0]$.

EXERCICE 2 : Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O\ ; \vec{i}\ , \vec{j}\,)$.
On considère le polynôme P défini par $P(x) = x^2 + 2x + 2$ et C sa courbe représentative.
On considère la droite (d) d'équation $y = -2x + 2$ et les points A(5 ; 1) et B(3 ; 3).

1. Pour déterminer les coordonnées des points d'intersection de C et de (d), on résout l'équation $P(x) = -2x + 2$, soit $x^2 + 2x + 2 = -2x + 2$, soit $x^2 + 4x = 0$, soit $x(x+4) = 0$. Un produit de facteurs est nul si l'un des facteurs est nul : $x = 0$; et $x + 4 = 0$ donne $x = -4$. $S = \{0\ ; -4\}$. Les abscisses des points d'intersection de C et de (d) sont 0 et -4. On calcule les ordonnées : $P(0) = 2$ et $P(-4) = (-4)^2 + 2\times(-4) + 2 = 10$.
Ainsi, les points d'intersection de C et de (d) ont pour coordonnées (0 ; 2) et (– 4 ; 10).

2. Pour déterminer les coordonnées des points d'intersection de C et de la droite (AB), on détermine d'abord une équation de la droite (AB) : son coefficient directeur est égal à $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3-1}{3-5} = \frac{2}{-2} = -1$. L'ordonnée à l'origine est donnée par $y = ax + b$, soit $1 = (-1)\times 5 + b$, soit $b = 6$.
Donc l'équation de la droite (AB) est $y = -x + 6$. On résout ensuite l'équation $P(x) = -x + 6$,
soit $x^2 + 2x + 2 = -x + 6$, soit $x^2 + 3x - 4 = 0$. on calcule le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4\times 1\times(-4) = 25 > 0$,
donc l'équation a deux solutions : $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3+\sqrt{25}}{2\times 1} = \frac{-3+5}{2} = 1$ et
$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3-5}{2} = -4$. S = {1 ; – 4}.
Les abscisses des points d'intersection de C et de (AB) sont 1 et – 4.
On calcule les ordonnées : $P(1) = 5$ et $P(-4) = (-4)^2 + 2\times(-4) + 2 = 10$.
Ainsi, les points d'intersection de C et de (AB) ont pour coordonnées (1 ; 5) et (– 4 ; 10).

3. Pour déterminer l'ensemble des abscisses des points de C situés au-dessus de la droite (AB), on résout l'inéquation $P(x) \geqslant -x + 6$, soit $x^2 + 2x + 2 \geqslant -x + 6$, soit $x^2 + 3x - 4 \geqslant 0$.
On fait un tableau de signes :

x	$-\infty$		-4		1		$+\infty$
$x^2 + 3x - 4$		+	0	−	0	+	

La solution de l'inéquation est S =]– ∞ ; – 4] ∪ [1 ; +∞[.
L'ensemble des abscisses des points de C situés au-dessus de la droite (AB) est]– ∞ ; – 4] ∪ [1 ; +∞[.