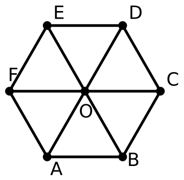
CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 2 PREMIÈRE STD2A

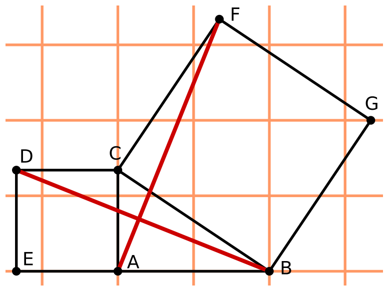
EXERCICE 1 : On considère un carré ABCD de centre O.
Les huit transformations du plan laissant le carré invariant : l'identité Id, la symétrie centrale de centre O, la symétrie axiale d'axe la médiatrice de [AB], la symétrie axiale d'axe la médiatrice de [BC], la symétrie axiale d'axe (AC), la symétrie axiale d'axe (BD), la rotation de centre O et d'angle 90°, la rotation de centre O et d'angle 270°.

EXERCICE 2 : On considère l'hexagone régulier ABCDEF de centre O comme ci-contre.



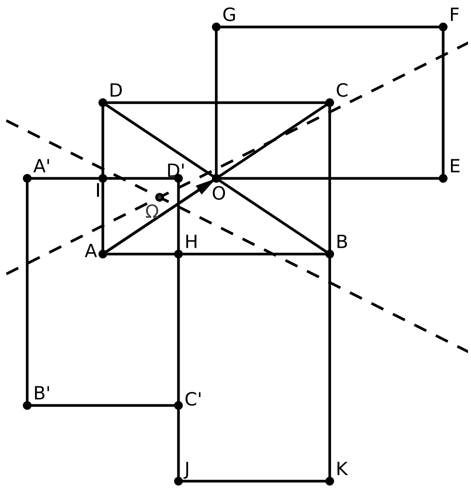
1. L'image du triangle ABC par la symétrie de centre O est le triangle DEF.
2. L'image du triangle ABC par la translation de vecteur $\overrightarrow{AF}$ est le triangle ODF.
3. L'image du triangle ABC par la symétrie d'axe (OD) est le triangle AEF.
4. L'image du triangle ABC par la rotation de centre O et d'angle 60° dans le sens horaire est le triangle BCD.
5. Deux transformations telles que OAB a pour image OEF : La rotation de centre O et d'angle 120° dans le sens horaire, et la symétrie axiale d'axe la médiatrice de [AF].

EXERCICE 3 : ABC est un triangle rectangle en A.
On construit à l'extérieur du triangle les carrés ACDE et BCFG.



1. L'image du point B par la rotation de centre C et d'angle 90° dans le sens anti-horaire est le point F.
2. L'image du point D par la même rotation est le point A.
3. Donc l'image de la droite (BD) par cette rotation est la droite (AF).
Par les propriétés de la rotation, BD = AF et les droites (BD) et (AF) forment un angle égale à l'angle de la rotation,
donc les droites (BD) et (AF) sont perpendiculaires, et BD = AF.

EXERCICE 4 : 1. Construction du rectangle ABCD de centre O tel que AB = 6 cm et AD = 4 cm :



2. Construction de l'image OEFG du rectangle ABCD par la translation de vecteur $\overrightarrow{AO}$.
3. Construction de l'image BHJK du rectangle ABCD par la rotation de centre B et d'angle 90° dans le sens anti-horaire.
4. Construction de l'image A'B'C'D' du rectangle ABCD par la rotation de centre I et d'angle 90° dans le sens horaire.
5. Une transformation telle que le rectangle A'B'C'D' de la question 4 a pour image le rectangle BHJK de question 3, est la translation de vecteur $\overrightarrow{A'H}$.
6.Une transformation telle que le rectangle OEFG de la question 2 a pour image le rectangle BHJK de question 3, est la rotation de centre et d'angle 90° dans le sens horaire.

EXERCICE 5 : Un carré de côté x cm (avec $x > 2$) a la même aire qu'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent $x - 2$ et $x + 12$. L'aire du carré x^2 et l'aire du triangle rectangle est $\dfrac{(x-2)(x+12)}{2}$. D'où l'équation $x^2 = \dfrac{(x-2)(x+12)}{2}$, soit $2x^2 = (x - 2)(x + 12)$, soit $2x^2 = x^2 - 2x + 12x - 24$, soit $x^2 - 10x + 24 = 0$. On calcule le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = (-10)^2 - 4\times 1\times 24 = 4 = 2^2 > 0$, donc l'équation a deux solutions : $x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{10+2}{2} = 6$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{10-2}{2} = 4$. Comme $x > 2$, les deux solutions sont possibles.

Vérification : Avec $x_1 = 6$: l'aire du carré égale 36 et l'aire du triangle égale $\dfrac{(6-2)(6+12)}{2} = 36$;

Avec $x_2 = 4$: l'aire du carré égale 16 et l'aire du triangle égale $\dfrac{(4-2)(4+12)}{2} = 16$;