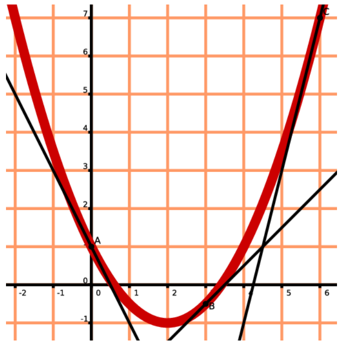


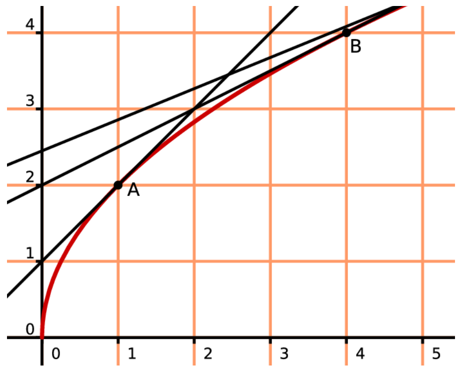
EXERCICE 1 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$.

Le nombre dérivé en a est $f'(a) = \frac{1}{2}2a - 2 = a - 2$.

D'où $f'(0) = -2$; $f'(3) = 1$; $f'(6) = 4$.
1. La courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé du plan et les tangentes à la courbe aux points A, B et C d'abscisses respectives 0, 3 et 6.
3. Pour montrer que la droite (AC) est parallèle à la tangente en B, on compare leur coefficient directeur :

Coefficient directeur de la droite (AC) = $\frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{f(6) - f(0)}{6 - 0} = \frac{7-1}{6} = 1$.

Coefficient directeur de la tangente en B : $f'(3) = 1$.
Les coefficients directeurs sont égaux, donc les droites sont parallèles.



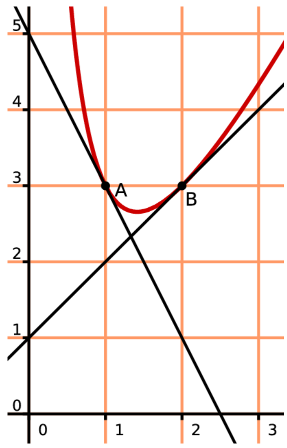
EXERCICE 2 : On considère la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = 2\sqrt{x}$.

Le nombre dérivé en a est $f'(a) = 2\frac{1}{2\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}}$.

D'où $f'(1) = 1$; $f'(4) = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$.

1. La courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé et les tangentes à la courbe aux points A et B d'abscisses respectives 1 et 4 :

EXERCICE 3 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = bx^2 + cx + d$ où b, c et d sont des nombres réels, et sa courbe représentative donnée ci-contre où les trois droites tracées sont les tangentes à la courbe aux points A, B et C d'abscisses respectives 1, 2 et 4.
1. Par lecture graphique, on trouve :
$f(1) = -2$, $f(2) = -3$, $f(4) = 1$, $f'(1) = -2$, $f'(2) = 0$, $f'(4) = 4$.
2. L'axe de symétrie de la parabole est la droite d'équation $x = 2$, donc le point d'abscisse 0 est le symétrique du point C. La tangente au point D(0 ; 1) a pour coefficient directeur -4, soit $f'(0) = -4$.
Question bonus : On a $f(0) = d = 1$; puis $f'(0) = c = -4$; et enfin $f'(1) = 2b + c = -2$, soit $2b = -2 + 4 = 2$, soit $b = 1$. LA fonction f s'écrit $f(x) = x^2 - 4x + 1$.



EXERCICE 4 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = 2x - 3 + \frac{4}{x}$.

1. Pour un réel a non nul, le nombre dérivé en $x = a$ est $f'(a) = 2 - \frac{4}{a^2}$.

2. Les nombres dérivés en $x = 1$, $x = 2$, $x = 0{,}5$: $f'(1) = 2 - 4 = -2$;

$f'(2) = 2 - 1 = 1$; $f'(0{,}5) = 2 - \frac{4}{0{,}5^2} = -14$.

3. Les points A et B de la courbe représentative de la fonction f d'abscisses respectives 1 et 2 et tracer les tangentes à la courbe en ces deux points A et B : $f(1) = 3 = f(2)$.

EXERCICE 5 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 3x^2$ et C sa courbe représentative.
1. Le nombre dérivé de la fonction en $x = a$: $f'(a) = 3a^2 + 3\times 2a = 3a^2 + 6a = 3a(a + 2)$.
2. Le nombre dérivé de la fonction en $x = 0$, puis en $x = 1$: $f'(0) = 0$ et $f'(1) = 9$.
3. La tangente est parallèle à l'axe des abscisses si son coefficient directeur est nul, soit $f'(a) = 3a(a + 2) = 0$. Un produit de facteurs est nul si l'un au moins des facteurs est nul : soit $a = 0$, soit $a + 2 = 0$, d'où $a = -2$.
Les deux points de la courbe C en lequel la tangente est parallèle à l'axe des abscisses ont les points d'abscisses 0 et -2 : A(0 ; 0) et B(-2 ; 4).