Partie A

On considère le polynôme P_1 défini sur $\mathbb{R}$ par $P_1(x) = 2x^2 + 7x + 5$ et le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

1. Construire les points A, B et C définis par $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i}$; $\overrightarrow{AB} = 7\vec{j}$; $\overrightarrow{BC} = -5\vec{i}$.
2. Construire les points M et N, intersection de la droite (AB) avec le cercle de diamètre [OC].
3. Soit (d) la droite d'équation $x = -1$.

a) Construire les points M' et N' intersections respectives des droites (OM) et (ON) avec la droite (d).
b) Lire les ordonnées des points M' et N'.

4. Montrer que ces ordonnées sont solutions de l'équation $P_1(x) = 0$.

Partie B

On considère le polynôme P_2 défini sur $\mathbb{R}$ par $P_2(x) = 4x^2 + 5x + 2$ et le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

On considère les points A, B et C définis par $\overrightarrow{OA} = 4\vec{i}$; $\overrightarrow{AB} = 5\vec{j}$; $\overrightarrow{BC} = -2\vec{i}$.

1. Le cercle de diamètre [OC] coupe-t-il la droite (AB) ? Si oui, donner les coordonnées du point d'intersection.
2. L'équation $P_2(x) = 0$ a-t-elle des solutions ?

Partie C

On considère le polynôme P_3 défini sur $\mathbb{R}$ par $P_3(x) = 4x^2 + 12x + 9$ et le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

On considère les points A, B et C définis par $\overrightarrow{OA} = 4\vec{i}$; $\overrightarrow{AB} = 12\vec{j}$; $\overrightarrow{BC} = -9\vec{i}$.

1. Le cercle de diamètre [OC] coupe-t-il la droite (AB) ? Si oui, donner les coordonnées du point d'intersection.
2. L'équation $P_3(x) = 0$ a-t-elle des solutions ?

Trouver un lien entre les questions 1 et 2.

Partie D

On considère le polynôme P défini sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = ax^2 + bx + c$ et le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

On considère les points A, B et C définis par $\overrightarrow{OA} = a\vec{i}$; $\overrightarrow{AB} = b\vec{j}$; $\overrightarrow{BC} = -c\vec{i}$.

Soit (d) la droite d'équation $x = -1$.

On suppose qu'il existe un point M du segment [AB] tel que le triangle OCM est rectangle en M, et on considère le point P intersection de la droite (OM) et de la droite (d).

Montrer que l'ordonnée du point P est solution de l'équation $P(x) = 0$.