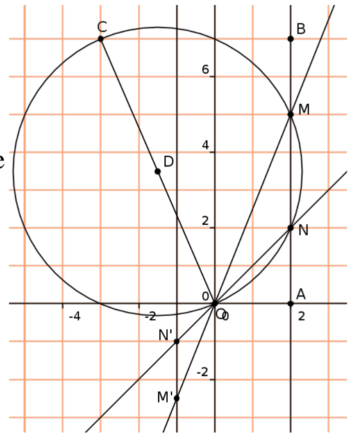
CORRIGÉ DEVOIR MAISON N° 1 PREMIÈRE STD2A

Partie A : On considère le polynôme P_1 défini sur $\mathbb{R}$ par $P_1(x) = 2x^2 + 7x + 5$ et le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

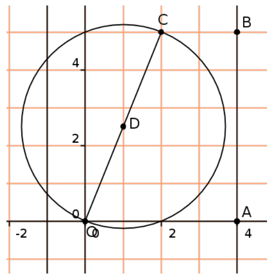


1. Construction des points A, B et C définis par $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i}$; $\overrightarrow{AB} = 7\vec{j}$; $\overrightarrow{BC} = -5\vec{i}$, puis M et N, intersection de la droite (AB) avec le cercle de diamètre [OC], puis la droite (d) d'équation $x = -1$, puis les points M' et N' intersections respectives des droites (OM) et (ON) avec la droite (d).

b) Les coordonnées des points M'$(-1 ; -2{,}5)$ et N'$(-1 ; -1)$.

4. On a $P_1(-2{,}5) = 2\times(-2{,}5)^2 + 7\times(-2{,}5) + 5 = 12{,}5 - 17{,}5 + 5 = 0$.
Et $P_1(-1) = 2\times(-1)^2 + 7\times(-1) + 5 = 2 - 7 + 5 = 0$. Donc ces ordonnées sont bien solutions de l'équation $P_1(x) = 0$.

Partie B : On considère le polynôme P_2 défini sur $\mathbb{R}$ par $P_2(x) = 4x^2 + 5x + 2$ et le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan. Construction des points A, B et C définis par $\overrightarrow{OA} = 4\vec{i}$; $\overrightarrow{AB} = 5\vec{j}$; $\overrightarrow{BC} = -2\vec{i}$; du cercle de diamètre [OC] et de la droite (AB). Le cercle ne coupe pas la droite (AB).

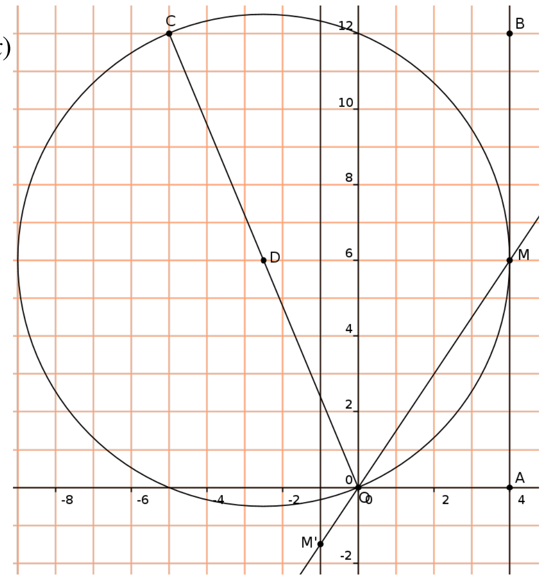


2. L'équation $P_2(x) = 0$:
on calcule le discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4\times4\times2 = 25 - 32 = -7 < 0$;
donc l'équation $P_2(x) = 0$ n'a pas de solutions.

Partie C : On considère le polynôme P_3 défini sur $\mathbb{R}$ par $P_3(x) = 4x^2 + 12x + 9$ et le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan. Construction des points A, B et C définis par $\overrightarrow{OA} = 4\vec{i}$; $\overrightarrow{AB} = 12\vec{j}$; $\overrightarrow{BC} = -9\vec{i}$.

1. Le cercle de diamètre [OC] coupe la droite (AB) en un point M(4 ; 6).

2. L'équation $P_3(x) = 0$: on calcule le discriminant :
$\Delta = b^2 - 4ac = 12^2 - 4\times4\times9 = 144 - 144 = 0$; donc l'équation $P_3(x) = 0$ a une solution : $x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-12}{2\times4} = \dfrac{-3}{2}$.



La droite (OM) coupe la droite d'équation $x = -1$ au point M' d'ordonnée $\dfrac{-3}{2}$; en effet, la droite (OM) a pour équation $y = \dfrac{6}{4}x = \dfrac{3}{2}x$; on remplace ensuite x par -1 et on trouve $y = \dfrac{-3}{2}$ qui est la solution de l'équation $P_3(x) = 0$.

Partie D : On considère le polynôme P défini sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = ax^2 + bx + c$ et le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.
Coordonnées des points $A(a ; 0)$, $B(a ; b)$ et $C(a - c ; b)$.

Si le triangle OCM est rectangle en $M(x_M ; y_M)$, alors d'après Pythagore, $OM^2 + CM^2 = OC^2$;
on trouve $x_M{}^2 + y_M{}^2 + (a - c - x_M)^2 + (b - y_M)^2 = (a - c)^2 + b^2$;
on simplifie ($x_M = a$ car M est sur la droite (AB) d' équation $x = a$) : $a^2 + y_M{}^2 + (-c)^2 + (b - y_M)^2 = (a - c)^2 + b^2$;
on développe et on simplifie : $2y_M{}^2 - 2by_M + 2ac = 0$; on simplifie par 2 : $y_M{}^2 - by_M + ac = 0$; cette équation du second degré a pour discriminant : $\Delta = (-b)^2 - 4ac = b^2 - 4ac$; si $\Delta > 0$, alors $y_M = \dfrac{b+\sqrt{\Delta}}{2}$ ou $y_M = \dfrac{b-\sqrt{\Delta}}{2}$.

La droite (OM) a pour équation $y = \dfrac{y_M}{x_M}x$ et coupe la droite (d) d'équation $x = -1$ en P qui vérifie $x_P = -1$ et $y_P = \dfrac{-y_M}{x_M} = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ ou $y_P = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ qui sont bien les solutions de l'équation $P(x) = 0$.