

Exercice 1

Une construction du pentagone régulier due à Euclide (troisième siècle avant J.C.) : On considère le triangle AOF rectangle et isocèle en O (prendre $OA = 4$ cm); G est le milieu de [AO]; le cercle de centre G et passant par F coupe la demi droite [AO) en C. Soient B et H les points d'intersection des cercles C_1 et C_2 de rayon OA et de centres respectifs A et C avec B dans le même demi-plan que F par rapport à (OA). Soit D le point d'intersection de la droite (AH) avec C_2 et E le point d'intersection de la droite (CH) avec C_1 .

1. Faire la figure.
2. Montrer que ABCDE est un pentagone régulier.
3. Calculer la longueur AC, puis l'aire du triangle ABC.
4. Soit R le point d'intersection du segment [AC] et du cercle C_2 et S le milieu de [AR]. Calculer la longueur ER puis l'aire du trapèze ACDE.
5. En déduire l'aire du pentagone ABCDE.

Exercice 2

Une construction du pentagone régulier due à Richmond (1893): On considère un cercle de centre O, de rayon OA (prendre $OA = 5$ cm); la perpendiculaire à (OA) en O coupe le cercle en P; le point R est le milieu de [OP]. La bissectrice de l'angle \widehat{ORA} coupe [OA] en S. La perpendiculaire à (OA) en S coupe le cercle en B et E. Le côté du pentagone régulier est AB. Terminer la construction du pentagone ABCDE.