CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 7 PREMIÈRE STD2A

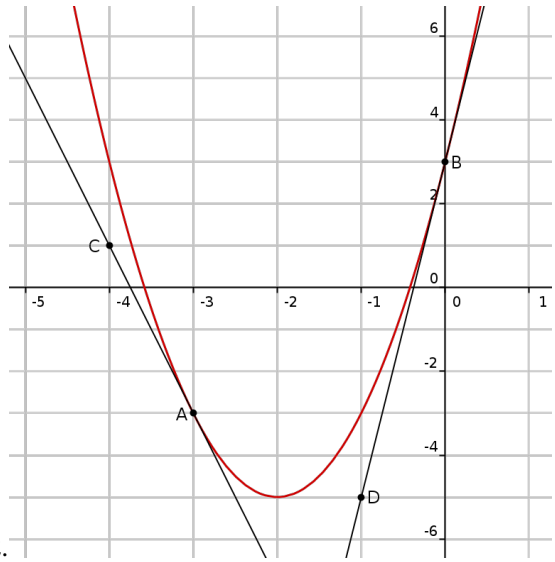
EXERCICE 1 : Question de cours : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 2$ et (C) sa courbe représentative dans un repère du plan. On considère deux réels a et h.
Soit A le point de la courbe (C) d'abscisse a et M le point de la courbe (C) d'abscisse $a + h$.

1. Le coefficient directeur de la droite (AM) est égal à $\frac{y_M - y_A}{x_M - x_A} = \frac{f(a+h)-f(a)}{a+h-a} = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$.

2. Ici, $\frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \frac{(a+h)^2+2-(a^2+2)}{h} = \frac{a^2+2ah+h^2+2-a^2-2}{h} = \frac{2ah+h^2}{h} = \frac{h(2a+h)}{h} = 2a + h.$

3. Le nombre dérivé de la fonction f en $x = a$ est $f'(a) = \lim\limits_{h \to 0} (2a+h) = 2a.$

4. La courbe admet une tangente horizontale lorsque le coefficient directeur de cette tangente est égal à 0, soit lorsque $f'(a) = 0$, donc lorsque $a = 0$. Et $f(0) = 2$. Ce point est aussi le sommet de la parabole : S(0 ; 2).

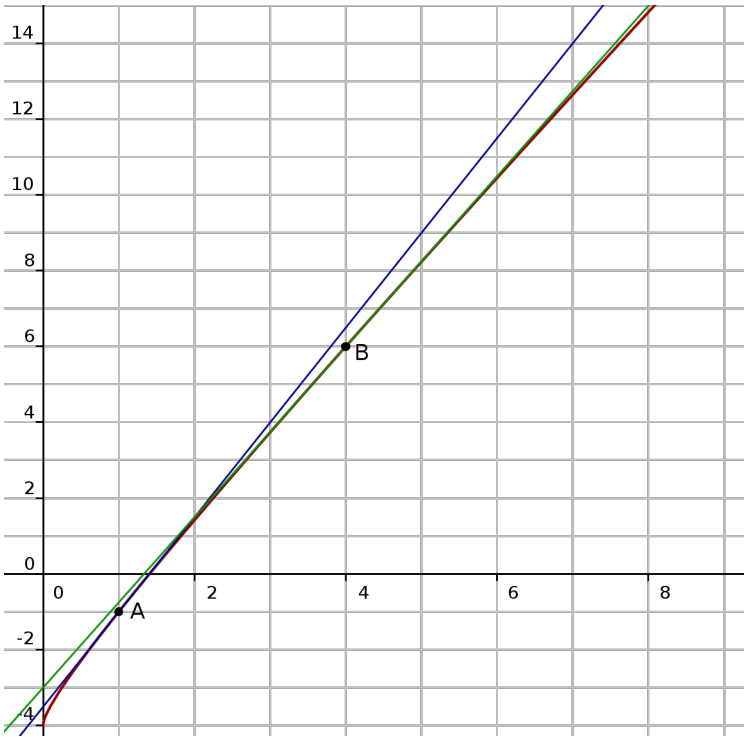


EXERCICE 2 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont des nombres réels, et sa courbe représentative donnée ci-contre. Les droites tracées sont des tangentes à la courbe aux points A(– 3 ; – 3) et B(0 ; 3).
La tangente en A passe par C(– 4 ; 1) et la tangente en B passe par D(– 1 ; – 5).

1. Par lecture graphique, $f(0) = 3$, $f(-3) = -3$,
$f'(0)$ = coefficient directeur de la tangente en B = 8 ,
$f'(-3)$ = coefficient directeur de la tangente en A = – 4 .

2. On sait que $f'(x) = 2ax + b$.
Ainsi, $f(0) = c = 3$, $f(-3) = 9a - 3b + c = -3$, $f'(0) = b = 8$,
$f'(-3) = 2a(-3) + b = -4$, d'où $-6a = -4 - 8 = -12$, d'où $a = 2$.
Donc $f(x) = 2x^2 + 8x - 3$.

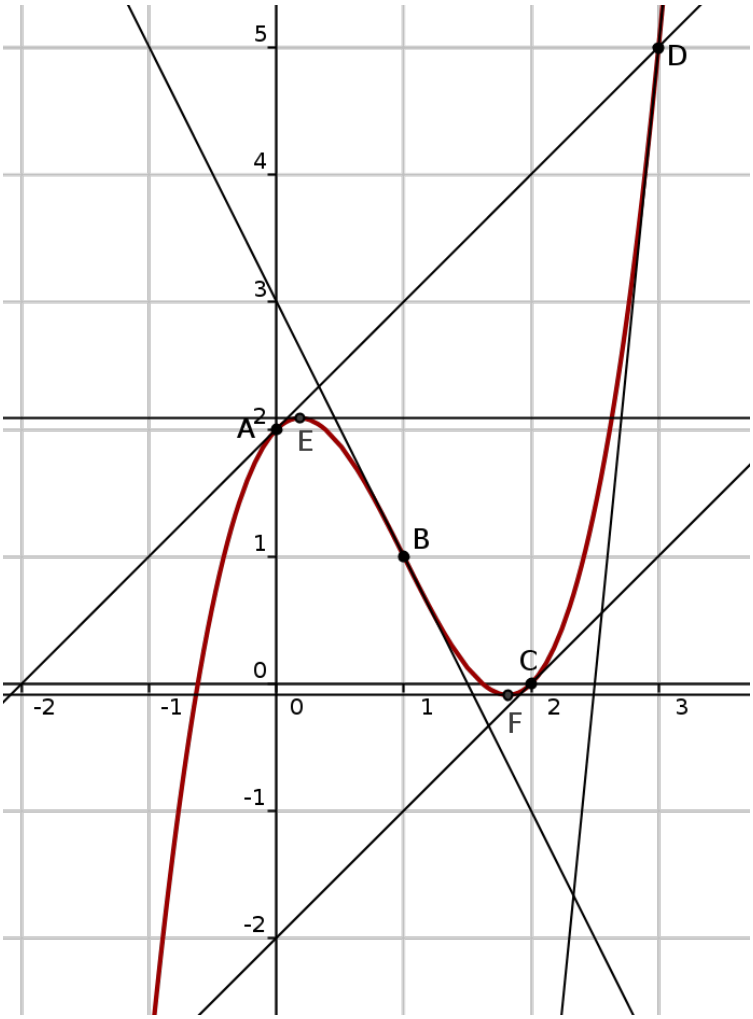
EXERCICE 3 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^+$ par $f(x) = 2x - 4 + \sqrt{x}$ et (C) sa courbe représentative.
1. L'ordonnée de A est $f(1) = 2 - 4 + 1 = -1$.
L'ordonnée de B est $f(4) = 2\times4 - 4 + \sqrt{4} = 8 - 4 + 2 = 6$.
2 et 3. On sait que le nombre dérivé de $2x + 4$ est 2 pour tout réel a ; le nombre dérivé de $\sqrt{x}$ en $x = a$ est $\frac{1}{2\sqrt{a}}$, donc le nombre dérivé de la fonction f en $x = a$ est $2 + \frac{1}{2\sqrt{a}}$.
Le nombre dérivé de f en $x = 1$ est
$f'(1) = 2 + \frac{1}{2\sqrt{1}} = \frac{5}{2}$ et
Le nombre dérivé de f en $x = 4$ est
$f'(4) = 2 + \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{9}{4}$.



4. Les points A et B sur un graphique, les tangentes à la courbe (C) en ces deux points et la courbe (C) sur l'intervalle [0 ; 9].

EXERCICE 4 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont la courbe est donnée ci-contre.

1. Les points A, B, C et D d'abscisses respectives 0, 1, 2 et 3.

2.Les tangentes à la courbe aux points A, B, C et D sachant que $f'(0) = 1$, $f'(1) = -2$, $f'(3) = 10$ et les tangentes en A et C sont parallèles.

3. Il y a deux points E et F de la courbe ayant des tangentes horizontales qui correspondent aux extremums locaux de la fonction f.