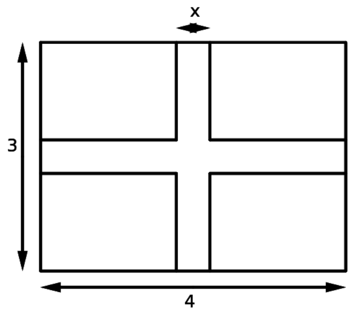
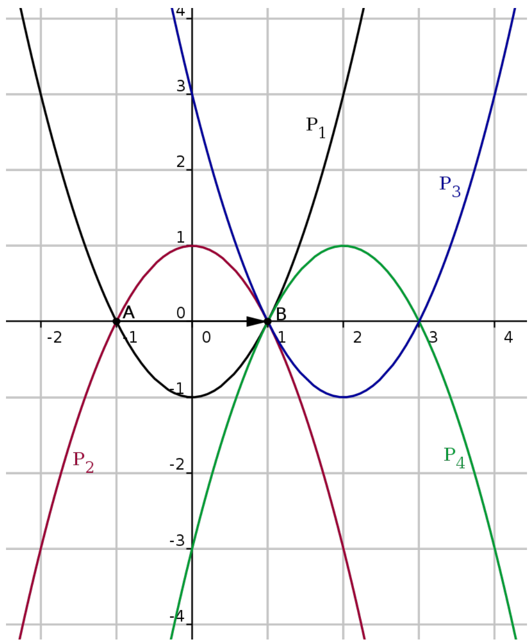
Exercice 1 : Le drapeau ci-contre est composé d'une croix de largeur x ; ses dimensions sont 4 m sur 3 m.



L'aire de la croix est égale à $4x + 3x - x^2 = 7x - x^2$.
L'aire du drapeau est égale à $3\times4 = 12$ m^2 , donc l'aire de la croix est égale à la moitié de l'aire du drapeau équivaut à $7x - x^2 = 6$, soit $x^2 - 7x + 6 = 0$.
On calcule le discriminant : $\Delta = (-7)^2 - 4\times1\times6 = 49 - 24 = 25 = 5^2 > 0$, donc il y a deux solutions :
$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{7-5}{2} = 1$ et $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{7+5}{2} = 6$. La deuxième solution n'est pas possible puisque x est compris entre 0 et 3. Donc la solution est $x = 1$ m.

Exercice 2 : Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O ; I, J).
On considère la parabole P_1 représentative du polynôme P défini par $P(x) = x^2 - 1$, puis la parabole P_2 symétrique de P_1 par rapport à l'axe des abscisses. Ces deux paraboles se coupent en A et B.
La parabole P_3 est l'image de P_1 par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
La parabole P_4 est l'image de P_2 par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
1. Construction des quatre paraboles dans le repère (O ; I, J) :



2. Les polynômes associés à P_2 , P_3 , P_4 :
Le sommet de P_2 est $S_2(0 ; 1)$, la parabole est tournée vers le bas et elle passe par B(1 ; 0).
Donc le polynôme associé est $f(x) = a(x-0)^2 + 1$;
de plus $f(1) = 0$, donc $a(1-0)^2 + 1 = 0$, soit $a + 1 = 0$,
soit $a = -1$.
Donc $f(x) = -x^2 + 1$.

Le sommet de P_3 est $S_3(2 ; -1)$, la parabole est tournée vers le haut et elle passe par B(1 ; 0). Donc le polynôme associé est $g(x) = a(x-2)^2 - 1$; de plus $f(1) = 0$, donc $a(1-2)^2 - 1 = 0$, soit $a - 1 = 0$, soit $a = 1$.
Donc $g(x) = (x-2)^2 - 1 = x^2 - 4x + 3$.

Le sommet de P_4 est $S_4(2 ; 1)$, la parabole est tournée vers le bas et elle passe par B(1 ; 0). Donc le polynôme associé est $h(x) = a(x-2)^2 + 1$; de plus $f(1) = 0$, donc $a(1-2)^2 + 1 = 0$, soit $a + 1 = 0$, soit $a = -1$.
Donc $h(x) = -(x-2)^2 + 1 = -x^2 + 4x - 3$.

On remarque que $h(x) = -g(x)$.

3. Les abscisses des points A et B sont les solutions de l'équation $x^2 - 1 = -x^2 + 1$, soit $2x^2 - 2 = 0$, soit $2(x^2 - 1) = 0$, soit $2(x+1)(x-1) = 0$. Les solutions sont 1 et -1.
Ainsi A(-1 ; 0) et B(1 ; 0).