CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 1 PREMIÈRE STD2A

EXERCICE 1 : On considère les polynômes P et Q définis par $P(x) = -2x^2 - 4x + 1$ et $Q(x) = x^2 - 6x + 9$.

1. Les coordonnées du sommet de la parabole représentative de P : son abscisse est égale à $\frac{-b}{2a} = \frac{4}{2\times(-2)} = -1$ et son ordonnée est $P(-1) = -2(-1)^2 - 4\times(-1) + 1 = 3$. Donc le sommet est $S(-1\ ;\ 3)$.

Les coordonnées du sommet de la parabole représentative de Q : son abscisse est égale à $\frac{-b}{2a} = \frac{6}{2\times1} = 3$ et son ordonnée est $Q(3) = 3^2 - 6\times3 + 9 = 0$. Donc le sommet est $S(3\ ;\ 0)$.

2. Le tableau de variations de $P(x)$: comme $a = -2 < 0$, la parabole est tournée vers le bas, d'où :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$P(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Le tableau de variations de $Q(x)$: comme $a = 1 > 0$, la parabole est tournée vers le haut, d'où :

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$Q(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

3. Résolution des équations $P(x) = 0$ et $Q(x) = 0$:

$P(x) = -2x^2 - 4x + 1 = 0$: on calcule le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4\times(-2)\times(1) = 24 > 0$, donc l'équation a deux solutions : $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4+\sqrt{24}}{2\times(-2)} = \frac{4+2\sqrt{6}}{-4} = -1-\frac{\sqrt{6}}{2}$

et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4-\sqrt{24}}{2\times(-2)} = \frac{4-2\sqrt{6}}{-4} = -1+\frac{\sqrt{6}}{2}$. Donc $S = \{ -1-\frac{\sqrt{6}}{2}\ ;\ -1+\frac{\sqrt{6}}{2} \}$.

$Q(x) = x^2 - 6x + 9 = 0$: on calcule le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4\times1\times9 = 0$, donc l'équation a une solution : $x = \frac{-b}{2a} = 3$. Donc $S = \{3\}$.

4. Les tableaux de signes de $P(x)$ et de $Q(x)$:

x	$-\infty$		$-1-\frac{\sqrt{6}}{2}$		$-1+\frac{\sqrt{6}}{2}$		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$Q(x)$		$+$	0	$+$	

5. Pour déterminer les coordonnées des points d'intersection des paraboles représentant P et Q, on résout l'équation $P(x) = Q(x)$, soit $-2x^2 - 4x + 1 = x^2 - 6x + 9$, soit $-3x^2 + 2x - 8 = 0$; on calcule le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4\times(-3)\times(-8) = -92 < 0$, donc l'équation n'a pas de solution. $S = \emptyset$. Donc les courbes ne se coupent pas.

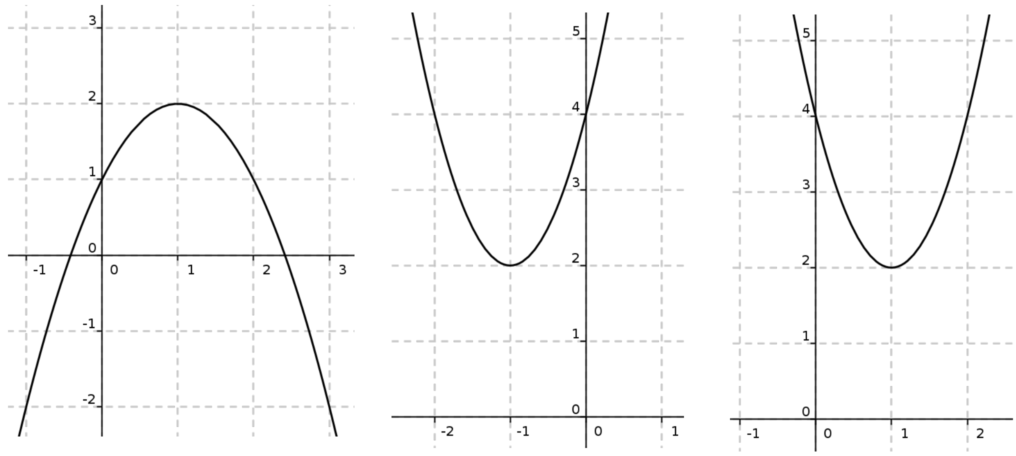
EXERCICE 2 : Trouver les dimensions d'un rectangle dont le périmètre est égal à 140 cm et l'aire est égale à 1056 cm^2 .

On pose x et y les dimensions du rectangle. On a alors : le périmètre $= 2x + 2y = 140$ et l'aire $= xy = 1056$.
D'où $x + y = 70$ et $y = 70 - x$. On remplace dans la deuxième équation : $x(70 - x) = 1056$, soit $70x - x^2 = 1056$, soit $x^2 - 70x + 1056 = 0$. On calcule le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = (-70)^2 - 4\times1\times1056 = 676 = 26^2 > 0$, donc l'équation a deux solutions : $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{70+26}{2} = 48$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{70-26}{2} = 22$.
L'autre dimension : $y_1 = 70 - 48 = 22$ et $y_2 = 70 - 22 = 48$.
Les dimensions du rectangle sont 22 et 48.
Vérification : le périmètre $= 2\times22 + 2\times48 = 140$ et l'aire $= 22\times48 = 1056$.

EXERCICE 3 : On considère les polynômes P_1 , P_2 , P_3 , P_4 définis sur $\mathbb{R}$ par :
$P_1(x) = 2x^2 - 4x + 4$; $P_2(x) = - x^2 + 2x + 1$; $P_3(x) = 2x^2 + 4x + 4$ et $P_4(x) = - 2x^2 - 4x$.

1. Les courbes A, B et C ci-dessous sont les représentations graphiques de trois de ces polynômes.

A **B** **C**



Associer à chaque courbe son polynôme : A : P_2 car tournée vers le bas et $P_2(0) = 1$;
B : P_3 car tournée vers le haut et $P_3(- 1) = 2$;
C : P_1 car tournée vers le haut et $P_1(1) = 2$.

2. Par lecture graphique, A : signe de a : négatif; signe du discriminant : positif ;
B : signe de a : positif ; signe du discriminant: négatif ;
C : signe de a : positif ; signe du discriminant : négatif.