CORRIGÉ DEVOIR MAISON N° 1 PREMIÈRE STD2A

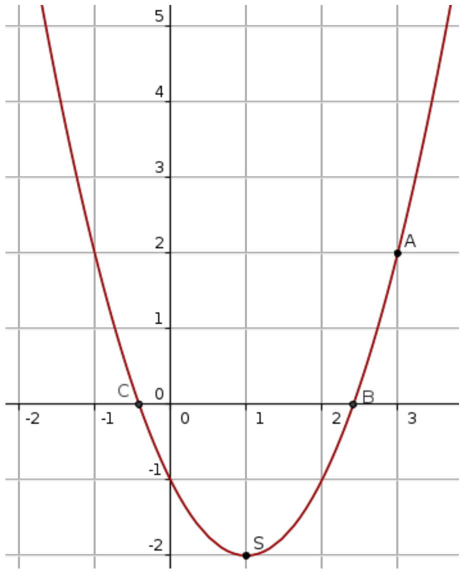
EXERCICE 1

1. La forme canonique du polynôme du second degré P dont la parabole représentative a pour sommet S(1 ; – 2) et passe par le point A(3 ; 2) est de la forme $P(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$,avec $\alpha = 1$ et $\beta = -2$.

Pour trouver a, on utilise le point A :

P(3) = 2, d'où $P(3) = a(3-1)^2 - 2 = 2$, soit $a(2)^2 - 2 = 2$, soit $4a = 4$, soit $a = 1$. Donc $P(x) = (x-1)^2 - 2 = x^2 - 2x - 1$.

2. Tracé de la parabole dans un repère du plan :



3. Pour déterminer les coordonnées des points d'intersection de la parabole avec l'axe des abscisses, on résout l'équation $P(x) = 0$:

$x^2 - 2x - 1 = 0$; on calcule le discriminant :

$\Delta = (-2)^2 - 4\times1\times(-1) = 8 > 0$, donc il y a deux solutions :

$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{2-\sqrt{8}}{2} = \dfrac{2-2\sqrt{2}}{2} = 1 - \sqrt{2}$ et

$x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{2+\sqrt{8}}{2} = \dfrac{2+2\sqrt{2}}{2} = 1 + \sqrt{2}$.

Donc les coordonnées des points d'intersection de la parabole avec l'axe des abscisses sont $C(1-\sqrt{2}\ ;0)$ et $B(1+\sqrt{2}\ ;0)$

4. Le tableau de variations de la fonction P sur l'intervalle [– 3 ; 6] :

comme $a = 1 > 0$, la parabole est tournée vers le haut.

x	-3		1		6
$P(x)$	14	↘	-2	↗	23

5. L'inéquation $P(x) < 7$ équivaut à $x^2 - 2x - 1 < 7$ équivaut à $x^2 - 2x - 8 < 0$;

on résout l'équation $x^2 - 2x - 8 = 0$; on calcule le discriminant : $\Delta = (-2)^2 - 4\times1\times(-8) = 36 = 6^2 > 0$, donc il y a deux solutions : $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{2-6}{2} = -2$

et $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{2+6}{2} = 4$.

On réalise un tableau de signes :

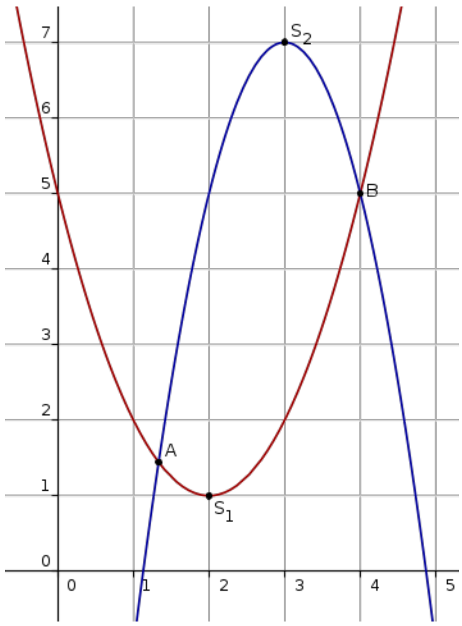
x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
$P(x)$		+	0	–	0	+	

La solution est donc $S =]-2\ ;4[$.

EXERCICE 2

On considère les deux paraboles représentatives des polynômes P_1 et P_2 définis par $P_1(x) = x^2 - 4x + 5$ et $P_2(x) = -2x^2 + 12x - 11$.

1. Tracé des deux paraboles dans un repère du plan :



2. Pour déterminer les coordonnées des sommets des deux paraboles, on calcule α et β :

Pour P_1 : $\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{4}{2} = 2$ et $\beta = P_1(\alpha) = P_1(2) = 2^2 - 4\times2 + 5 = 1$, donc $S_1(2\ ;1)$.

Pour P_2 : $\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-12}{2\times(-2)} = 3$ et

$\beta = P_2(\alpha) = P_2(3) = -2\times3^2 + 12\times3 - 11 = 7$, donc $S_2(3\ ;7)$.

3. Pour déterminer les coordonnées des éventuels points d'intersection de ces deux courbes, on résout l'équation $P_1(x) = P_2(x)$,

soit $x^2 - 4x + 5 = -2x^2 + 12x - 11$ équivaut à $3x^2 - 16x + 16 = 0$;

on calcule le discriminant : $\Delta = (-16)^2 - 4\times3\times16 = 64 = 8^2 > 0$, donc il y a deux solutions : $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{16-8}{2\times3} = \dfrac{8}{6} = \dfrac{4}{3}$ et

$x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{16+8}{2\times3} = \dfrac{24}{6} = 4$.

Les ordonnées : $y_1 = P_1(x_1) = \left(\dfrac{4}{3}\right)^2 - 4\times\dfrac{4}{3} + 5 = \dfrac{13}{9}$ et $y_2 = P_1(x_2) = 4^2 - 4\times4 + 5 = 5$. D'où $A\left(\dfrac{4}{3}\ ;\dfrac{13}{9}\right)$ et B(4 ; 5).