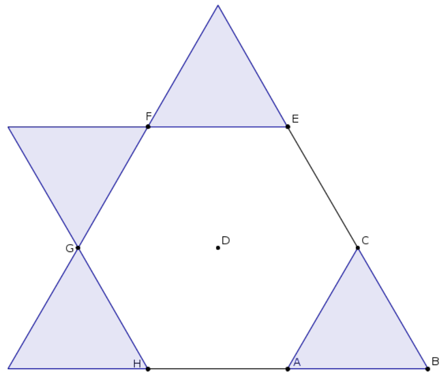
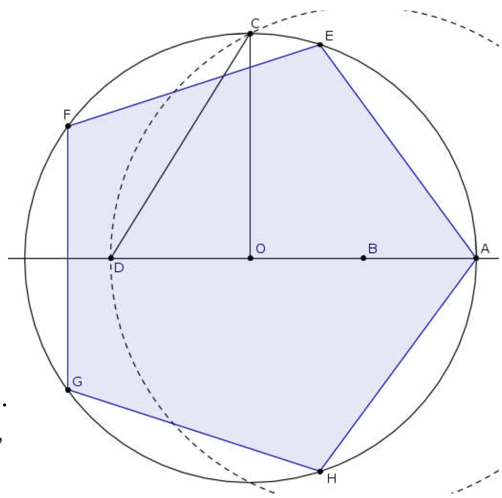
CORRIGÉ DEVOIR MAISON N° 3 PREMIÈRE STD2A

Exercice 1 : 1. Construction du triangle ABC équilatéral tel que AB = 3 ;
du point D, image de B par la symétrie axiale d'axe (AC) ;
l'image de ABC par la symétrie de centre D ;
l'image de ABC par la rotation de centre D et d'angle 120° dans le sens anti-horaire. On note E l'image de A et F l'image de C.
5. Construction de l'image de ABC par la rotation de centre D et d'angle 120° dans le sens horaire. On note G l'image de A et H l'image de C.



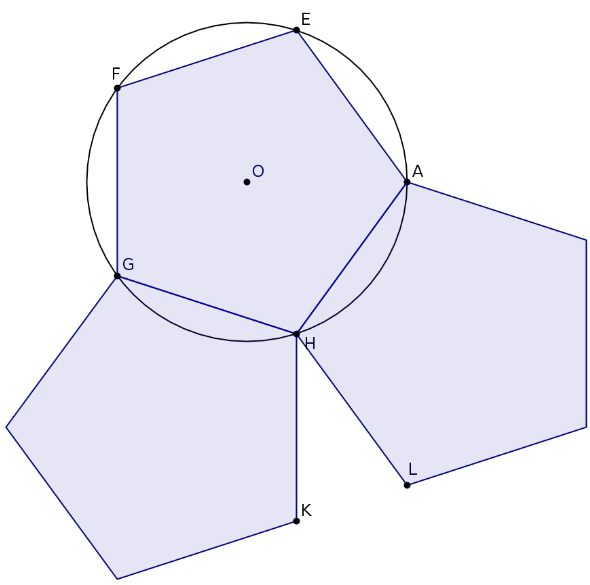
6. La rotation est une isométrie ; comme E est l'image de A et F l'image de C par une rotation, AC = EF.
Comme G est l'image de A et H l'image de C par une rotation, AC = GH.
ADC est un triangle équilatéral comme image de ABC par une symétrie.
Donc $\widehat{ADC} = 60°$; par la rotation, $\widehat{CDF} = 120°$, donc $\widehat{ADF} = \widehat{ADC} + \widehat{CDF} = 180°$ et AD = CD = DF ;
donc F est l'image de A par la symétrie centrale de centre D ; pour les mêmes raisons, G est l'image de C par la même symétrie ; donc AC = GF.
$\widehat{CDE} = \widehat{ADE} - \widehat{ADC} = 120 - 60 = 60°$ et DE = DA = DC par la rotation. Donc le triangle CDE est équilatéral, donc AC = CD = CE.
$\widehat{ADH} = \widehat{CDH} - \widehat{CDA} = 120 - 60 = 60°$ et DA = DC = DH par la rotation. Donc le triangle DHA est équilatéral, donc AC = AD = AH.
Ainsi, AC = CE = EF = FG = GH = HA. De plus, les triangles DAC, DCE, DEF, DFG, DGH et DHA sont équilatéraux, donc l'hexagone est inscrit dans le cercle de centre D et de rayon AC = 3.
Donc l'hexagone ACEFGH est régulier.

Exercice 2 : 1. Construction du cercle de centre O et de rayon 4 cm (à l'échelle) ; A est un point sur le cercle; construction de C image de A par la rotation de centre A et d'angle 90° dans le sens anti-horaire ; du point B milieu de [OA].
Le cercle de centre B et de rayon CB coupe la demi-droite [AO) en D.
On admet que le côté du pentagone régulier inscrit dans ce cercle est CD.



2. Dans le triangle OBC rectangle en O, d'après le théorème de Pythagore,
$BC^2 = OB^2 + OC^2 = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$; donc $BC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.
De plus BC = BD et OB = ½ OA = 2 ; donc $OD = BD - OB = 2\sqrt{5} - 2$.
Dans le triangle OCD rectangle en O, d'après le théorème de Pythagore,
$CD^2 = OD^2 + OC^2 = (2\sqrt{5} - 2)^2 + 4^2 = 20 - 8\sqrt{5} + 4 + 16 = 40 - 8\sqrt{5}$
donc $CD = \sqrt{40-8\sqrt{5}} = \sqrt{4(10-2\sqrt{5})} = 2\sqrt{10-2\sqrt{5}}$.

3. Construction du pentagone AEFGH.
4. Construction du symétrique de AEFGH par la symétrie d'axe (AH), puis par la symétrie d'axe (GH).
Soit K l'image de A par la symétrie d'axe (GH) et L l'image de G par la symétrie d'axe (AH).



5. Les trois pentagones sont réguliers,
donc $\widehat{AHL} = \widehat{AHG} = \widehat{GHK} = 108°$,
donc $\widehat{KHL} = 360 - 3\times108 = 36°$;
Les longueurs HK et HL sont des côtés des pentagones réguliers, donc de même longueur ; le triangle HKL est isocèle en H ; donc $\widehat{HKL} = \widehat{HLK} = (180 - 36)/2 = 72°$.