CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 1 PREMIÈRE STD2A

EXERCICE 1 : On considère les polynômes P et Q définis par $P(x) = 2x^2 - 8x + 9$ et $Q(x) = -x^2 + 8x - 12$.

1. Les coordonnées du sommet de la parabole représentative de P : son abscisse est égale à $\frac{-b}{2a} = \frac{8}{2\times2} = 2$ et son ordonnée est $P(2) = 2\times2^2 - 8\times2 + 9 = 1$. Donc le sommet est S(2 ; 1).

Les coordonnées du sommet de la parabole représentative de Q : son abscisse est égale à $\frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2\times(-1)} = 4$ et son ordonnée est $Q(4) = -4^2 + 8\times4 - 12 = 4$. Donc le sommet est S(4 ; 4).

2. Le tableau de variations de $P(x)$: comme $a = 2 > 0$, la parabole est tournée vers le haut, d'où :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$P(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Le tableau de variations de $Q(x)$: comme $a = -1 < 0$, la parabole est tournée vers le bas, d'où :

x	$-\infty$		4		$+\infty$
$Q(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

3. Résolution des équations $P(x) = 0$ et $Q(x) = 0$:

$P(x) = 2x^2 - 8x + 9 = 0$: on calcule le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4\times2\times9 = -8 < 0$, donc l'équation n'a pas de solution.

$Q(x) = -x^2 + 8x - 12 = 0$: on calcule le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = 8^2 - 4\times(-1)\times(-12) = 16 = 4^2 > 0$, donc l'équation a deux solutions : $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8+4}{2\times(-1)} = \frac{-4}{-2} = 2$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8-4}{2\times(-1)} = \frac{-12}{-2} = 6$. Donc S = {2 ; 6}.

4. Les tableaux de signes de $P(x)$ et de $Q(x)$:

x	$-\infty$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	

x	$-\infty$		2		6		$+\infty$
$Q(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

5. Pour déterminer les coordonnées des points d'intersection des paraboles représentant P et Q, on résout l'équation $P(x) = Q(x)$, soit $2x^2 - 8x + 9 = -x^2 + 8x - 12$, soit $3x^2 - 16x + 21 = 0$; on calcule le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = (-16)^2 - 4\times3\times21 = 4 > 0$, donc l'équation a deux solutions : $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{16+2}{2\times3} = \frac{18}{6} = 3$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{16-2}{2\times3} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$. On détermine alors les ordonnées : $y_1 = P(x_1) = 2\times3^2 - 8\times3 + 9 = 3$ et $y_2 = P(x_2) = 2\times\left(\frac{7}{3}\right)^2 - 8\times\frac{7}{3} + 9 = \frac{98}{9} - \frac{56}{3} + 9 = \frac{11}{9}$. Les coordonnées des deux points d'intersection des deux paraboles sont (3 ; 3) et ($\frac{7}{3}$; $\frac{11}{9}$).

EXERCICE 2 : On considère les polynômes P_1 , P_2 , P_3 définis sur $\mathbb{R}$ par :

$P_1(x) = -x^2 - 4x - 1$; $P_2(x) = -x^2 + 4x - 1$; $P_3(x) = x^2 + 4x + 7$.

1. Parmi les courbes A, B, C, D et E ci-dessous, il y a les représentations graphiques des trois polynômes.

P_1 : E ; P_2 : A ; P_3 : C.

2. A : $a < 0$ et $\Delta > 0$; B : $a > 0$ et $\Delta > 0$; C : $a > 0$ et $\Delta < 0$;

BONUS : A : $a = -1$; $c = -1$; B : $a = 1$; $c = 1$; D : $a = -2$; $c = -5$.