CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 3 PREMIÈRE STD2A

EXERCICE 1 : On considère le carré ABCD, son centre O, le cercle circonscrit au carré.
2. L'image EFGH de ABCD par la rotation de centre O et d'angle 45° dans le sens horaire.
3. Le polygone AEBFCGDH est un octogone régulier.
4. On sait que AB = 1. Le triangle ABC est rectangle en B, donc d'après le théorème de Pythagore,
$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 1 + 1 = 2$, donc $AC = \sqrt{2}$; et $OA = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{2}}{2}$ = rayon du cercle circonscrit.

5. Soit K le milieu du côté [AB].
a) Le triangle OAB est rectangle isocèle en O, donc (OK) est une médiane et aussi une bissectrice et une médiatrice ;
donc $\widehat{KOA} = 45°$ et $\widehat{OKA} = 90°$; de plus $\widehat{OAK} = 45°$, donc le triangle OAK est rectangle isocèle en K.
b) $OK = AK = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}$; $KE = OE - OK = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}-1}{2}$.

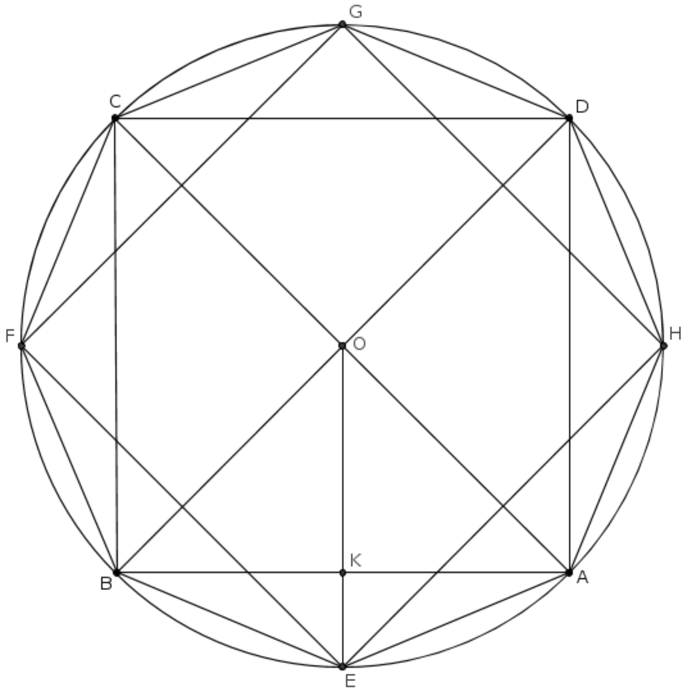
6. a) Le triangle AKE est rectangle en K, donc d'après le théorème de Pythagore,
$AE^2 = AK^2 + KE^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{2-2\sqrt{2}+1}{4} = \frac{1+3-2\sqrt{2}}{4} = \frac{4-2\sqrt{2}}{4} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$,

donc $AE = \sqrt{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}$.

b) Le périmètre du polygone AEBFCGDH est égal à $8 \times AE = 8\sqrt{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}$.

7. a) L'aire du triangle OAE est égale à $\frac{OE \times AK}{2} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{2}}{2} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{4}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}\times\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{8}$.

b) L'aire du polygone AEBFCGDH est égale à $8 \times \text{aire}(OAE) = \sqrt{2}$.



EXERCICE 2 :
1. ABCDEF est un hexagone régulier de centre O ; alors AB est égal à OA (le côté de l'hexagone est égal au rayon du cercle circonscrit) ;

2. ABCDE est un pentagone régulier de centre O ; l'angle $\widehat{ABC} = 108°$;

3. ABCDE est un pentagone régulier de centre O ; l'angle $\widehat{OAD} = 18°$;

(OAD est isocèle en O et $\widehat{AOD} = 2\times72 = 144°$, donc $\widehat{OAD} = \frac{180-144}{2} = 18°$) ;

4. ABCDE est un pentagone régulier de centre O ; le triangle BCE est isocèle en E ;

(il est formé des deux diagonales [BE] et [CE]) ;

5. ABCDE est un pentagone régulier de centre O ; $AC = \frac{1+\sqrt{5}}{2}AB$;

(la diagonale du pentagone est égale au côté fois le nombre d'or) ;

6. ABCDE est un pentagone régulier de centre O ; le point E est l'image de B par la symétrie d'axe la médiatrice de [CD] ; (la médiatrice de [CD] est la droite (OA)) ;

7. ABCDEFGHIJ est un décagone régulier de centre O ; l'angle $\widehat{ABC} = 144°$; $\widehat{ABC} = 180 - \frac{360}{10} = 144°$.