CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 1 PREMIÈRE STD2A

EXERCICE 1 :

On considère les polynômes P et Q définis par $P(x) = -2x^2 + 8x - 2$ et $Q(x) = x^2 - 2x + 1$.

1. Les coordonnées du sommet de la parabole représentative de P : son abscisse est égale à $\frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2\times(-2)} = 2$ et son ordonnée est $P(2) = -2\times2^2 + 8\times2 - 2 = 6$. Donc le sommet est S(2 ; 6).

Les coordonnées du sommet de la parabole représentative de Q : son abscisse est égale à $\frac{-b}{2a} = \frac{2}{2\times1} = 1$ et son ordonnée est $Q(1) = 1^2 - 2\times1 + 1 = 0$. Donc le sommet est S'(1 ; 0).

2. Le tableau de variations de $P(x)$: comme $a = -2 < 0$, la parabole est tournée vers le bas, d'où :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$P(x)$	↗	6	↘

Le tableau de variations de $Q(x)$: comme $a = 1 > 0$, la parabole est tournée vers le haut, d'où :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$Q(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

3. Résolution des équations $P(x) = 0$ et $Q(x) = 0$:

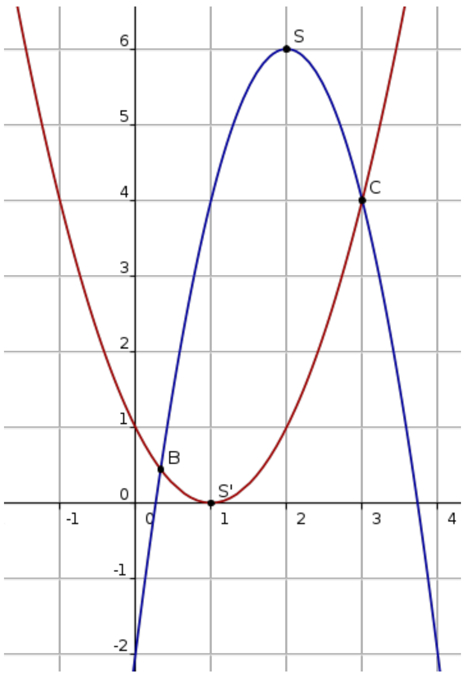
$P(x) = -2x^2 + 8x - 2 = 0$: on calcule le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = 8^2 - 4\times(-2)\times(-2) = 48 > 0$, donc l'équation a deux solutions : $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8+\sqrt{48}}{2\times(-2)} = \frac{-8+4\sqrt{3}}{-4} = 2 - \sqrt{3}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8-\sqrt{48}}{2\times(-2)} = \frac{-8-4\sqrt{3}}{-4} = 2 + \sqrt{3}$.

$Q(x) = x^2 - 2x + 1 = 0$: on calcule le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4\times1\times1 = 0$, donc l'équation a une unique solution : $x = \frac{-b}{2a} = 1$. Donc S = {1}.

4. Les tableaux de signes de $P(x)$ et de $Q(x)$:

x	$-\infty$		$2-\sqrt{3}$		$2-\sqrt{3}$		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$Q(x)$		$+$	0	$+$	



5. Pour déterminer les coordonnées des points d'intersection des paraboles représentant P et Q, on résout l'équation $P(x) = Q(x)$, soit $-2x^2 + 8x - 2 = x^2 - 2x + 1$, soit $-3x^2 + 10x - 3 = 0$;
on calcule le discriminant
$\Delta = b^2 - 4ac = 10^2 - 4\times(-3)\times(-3) = 64 = 8^2 > 0$, donc l'équation a deux solutions : $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-10+8}{2\times(-3)} = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$ et
$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-10-8}{2\times(-3)} = \frac{-18}{-6} = 3$.

On détermine alors les ordonnées :

$y_1 = P(x_1) = 2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 8\times\frac{1}{3} + 9 = \frac{4}{9}$ et

$y_2 = P(x_2) = 2\times3^2 - 8\times3 + 9 = 4$.

Les coordonnées des deux points d'intersection des deux paraboles sont (3 ; 4) et ($\frac{1}{3}$; $\frac{4}{9}$).

EXERCICE 2 :
Soient x et y les dimensions du rectangle ; alors le périmètre = $2x + 2y = 16$ cm et l'aire = $xy = 13$ cm^2 .
D'où $x + y = 8$, soit $y = 8 - x$; on remplace dans l'autre équation : $x(8 - x) = 13$ équivaut à $-x^2 + 8x - 13 = 0$.
On calcule $\Delta = b^2 - 4ac = 8^2 - 4\times(-1)\times(-13) = 12 > 0$, donc l'équation a deux solutions :
$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-8+\sqrt{12}}{2\times(-1)} = \dfrac{-8+2\sqrt{3}}{-2} = 4 - \sqrt{3}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-8-\sqrt{12}}{2\times(-1)} = = \dfrac{-8-2\sqrt{3}}{-2} = 4 + \sqrt{3}$.
D'où $y_1 = 8 - (4 - \sqrt{3}) = 4 + \sqrt{3}$ et $y_2 = 8 - (4 + \sqrt{3}) = 4 - \sqrt{3}$.
Donc les dimensions d'un rectangle dont le périmètre est égal à 16 cm et l'aire est égale à 13 cm^2 sont
$4 + \sqrt{3}$ et $4 - \sqrt{3}$ cm.

EXERCICE 3 : Construction de l'image du triangle ABC par chacune des transformations :
a) La symétrie de centre E ;
b) la translation de vecteur $2\,\overrightarrow{AB}$;
c) la symétrie d'axe (d) ;
d) la rotation de centre E et d'angle 90° dans le sens anti-horaire.