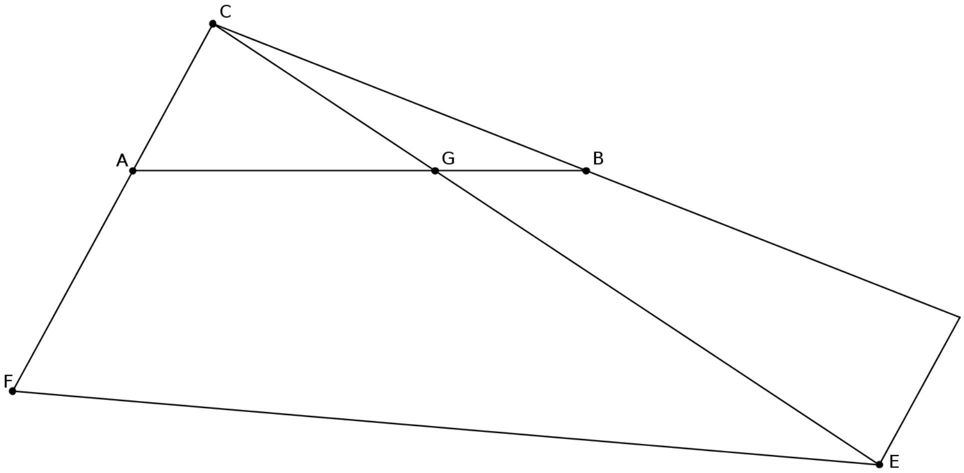
CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 7 PREMIÈRE STD2A

EXERCICE 1 : On considère le triangle ABC ci-dessous et les points E, F et G définis par

$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{AF} = \frac{-3}{2}\overrightarrow{AC}$.

1. La figure avec les points E, F et G :

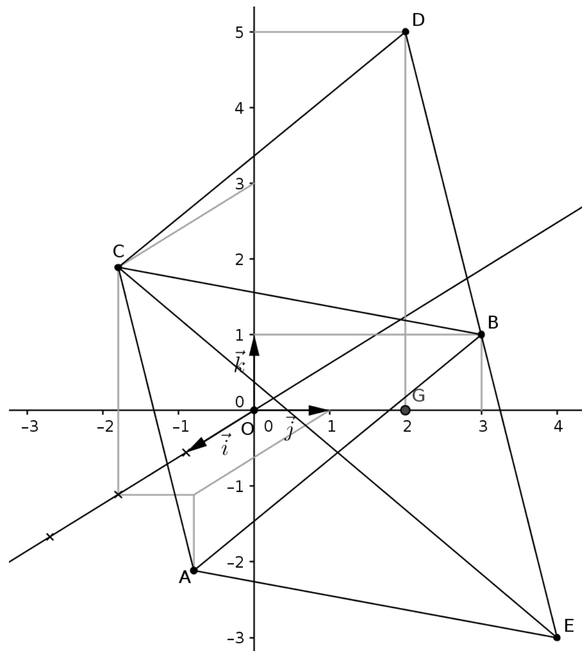


2. Par la relation de Chasles, on a $\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AG} =$
$\overrightarrow{CA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} =$
$\overrightarrow{CA} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}) =$
$\overrightarrow{CA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CB} =$
$\frac{1}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CB} =$
$\frac{1}{3}\overrightarrow{CE}$; donc les vecteurs $\overrightarrow{CG}$ et $\overrightarrow{CE}$ sont colinéaires, donc les points C, E et G sont alignés.

3. $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} + \frac{-3}{2}\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{BC} + \frac{-3}{2}\overrightarrow{AC} = 2(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) + \frac{-3}{2}\overrightarrow{AC} =$
$2\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{AC} + \frac{-3}{2}\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ qui n'est pas colinéaire à $\overrightarrow{BA}$; donc les droites (EF) et (AB) ne sont pas parallèles.

EXERCICE 2 : On considère le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace et les quatre points A(2 ; 1; – 1), B(0; 3; 1), C(2; 0; 3) et D(0; 2; 5).

1. Les points A, B, C et D dans le repère ci-contre :



2. Les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ (– 2 ; 2 ; 2) et $\overrightarrow{CD}$ (– 2 ; 2 ; 2).
3. On en déduit que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, donc que le quadrilatère ABDC est un parallélogramme.
4. On en déduit que les points A, B, C et D sont coplanaires.
5. Les longueurs $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2} = \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$,
$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 + (z_C - z_A)^2} = \sqrt{0^2 + (-1)^2 + 4^2} = \sqrt{17}$,
$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 + (z_C - z_B)^2} = \sqrt{2^2 + (-3)^2 + 2^2} = \sqrt{17}$.

6. On en déduit que le triangle ABC est isocèle en C.

7. Construction du point E tel que $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}$:

8. $\overrightarrow{CB}$ (– 2 ; 3 ; – 2) + $\overrightarrow{CA}$ (0 ; 1 ; – 4) = $\overrightarrow{CE}$ (– 2 ; 2 ; – 6) ;
donc $x_E = -2 + x_C = 0$; $y_E = 2 + y_C = 4$; $z_E = -6 + z_C = -3$; ainsi E(0 ; 4 – 3).

9. Comme $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}$, alors $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AE}$; donc ACBE est un parallélogramme ; de plus AC = CB donc c'est un losange.