

EXERCICE 1 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 1,5x^2 - 6x - 2$ et la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 - 6x + 3$. On note C_f et C_g les courbes représentatives des fonctions f et g .

1. Le coefficient directeur de la tangente est le nombre dérivé de la fonction $f'(a) = 3a^2 + 3a - 6$. La tangente est horizontale, si son coefficient directeur est nul, soit $3a^2 + 3a - 6 = 0$ et en simplifiant par 3 : $a^2 + a - 2 = 0$. on calcule $\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 1 \times (-2) = 9 = 3^2 > 0$, donc l'équation a deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + 3}{2} = 1 \text{ et } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - 3}{2} = -2.$$

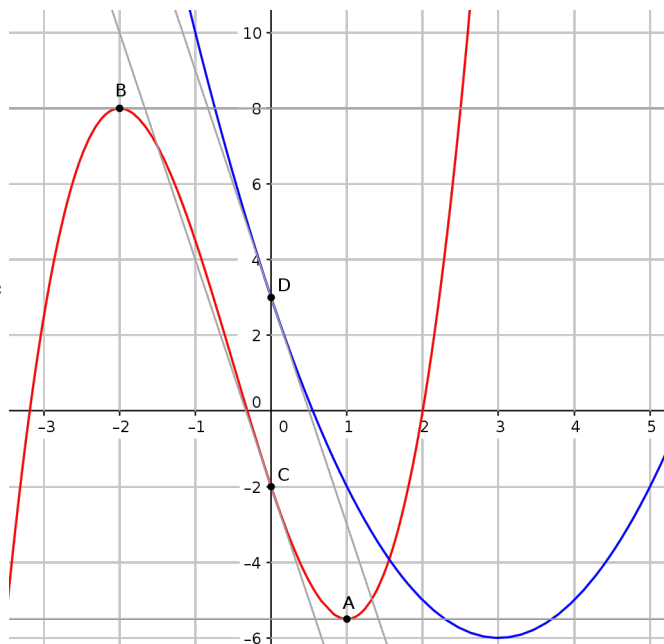
Et $f(1) = -5,5$, $f(-2) = (-2)^3 + 1,5(-2)^2 - 6(-2) - 2 = 8$.

2. Donc la courbe C_f admet deux points avec des tangentes horizontales, les points A(1 ; -5,5) et B(-2 ; 8).

3. Soit T la tangente à C_f au point d'abscisse 0 et T' la tangente à C_g au point d'abscisse 0.

On a $g'(a) = 2a - 6$.

Le coefficient directeur de T est $f'(0) = -6$ et le coefficient directeur de T' est $g'(0) = -6$. Les deux droites ont le même coefficient directeur, donc elles sont parallèles.



EXERCICE 2 : On considère la courbe (C) représentative de la fonction racine carrée.

1. La fonction racine carrée est la fonction f définie par

$$f(x) = \sqrt{x} \text{ et le nombre dérivé est } f'(a) = \frac{1}{2\sqrt{a}}.$$

Le coefficient directeur de la tangente à (C) au point A

d'abscisse 1 est $f'(1) = \frac{1}{2\sqrt{1}} = 0,5$; cette tangente passe par

le point A(1 ; 1), donc l'ordonnée à l'origine est $b = 1 - 0,5 \times 1 = 0,5$. L'équation de la tangente est $y = 0,5x + 0,5$.

Le coefficient directeur de la tangente à (C) au point B d'abscisse 4 est $f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = 0,25$; cette tangente passe par

le point B(4 ; 2), donc l'ordonnée à l'origine est $b = 2 - 0,25 \times 4 = 1$. L'équation de la tangente est $y = 0,25x + 1$.

Les coordonnées du point d'intersection des tangentes à la courbe au point A d'abscisse 1 et au point B d'abscisse 4

vérifient le système $\begin{cases} y = 0,5x + 0,5 \\ y = 0,25x + 1 \end{cases}$. On résout l'équation $0,5x + 0,5 = 0,25x + 1$ équivaut à $0,25x = 0,5$ équivaut à

$x = 2$; et $y = 0,5 \times 2 + 0,5 = 1,5$.

Le point d'intersection des deux tangentes est D(2 ; 1,5).

2. Tracé de la courbe (C),

des points A, B, et des deux tangentes :

