CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 1 PREMIÈRE STD2A

EXERCICE 1 :

On considère les polynômes P et Q définis par $P(x) = -x^2 + 2x + 3$ et $Q(x) = 2x^2 - 8x + 8$.

1. Les coordonnées du sommet de la parabole représentative de P : son abscisse est égale à $\frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2\times(-1)} = 1$ et son ordonnée est $P(1) = -1^2 + 2\times1 + 3 = 4$. Donc le sommet est S(1 ; 4).

Les coordonnées du sommet de la parabole représentative de Q : son abscisse est égale à $\frac{-b}{2a} = \frac{8}{2\times2} = 2$ et son ordonnée est $Q(2) = 2\times2^2 - 8\times2 + 8 = 0$. Donc le sommet est S'(2 ; 0).

2. Le tableau de variations de $P(x)$: comme $a = -1 < 0$, la parabole est tournée vers le bas, d'où :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$P(x)$		↗	4	↘	

Le tableau de variations de $Q(x)$: comme $a = 2 > 0$, la parabole est tournée vers le haut, d'où :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$Q(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

3. Résolution des équations $P(x) = 0$ et $Q(x) = 0$:

$P(x) = -x^2 + 2x + 3 = 0$: on calcule le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4\times(-1)\times3 = 16 = 4^2 > 0$, donc l'équation a deux solutions : $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2+4}{2\times(-1)} = \frac{-2}{-2} = -1$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2-4}{2\times(-1)} = \frac{-6}{-2} = 3$.

$Q(x) = 2x^2 - 8x + 8 = 0$: on calcule le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4\times2\times8 = 0$, donc l'équation a une unique solution : $x = \frac{-b}{2a} = 2$. Donc $S = \{2\}$.

4. Les tableaux de signes de $P(x)$ et de $Q(x)$:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$Q(x)$		$+$	0	$+$	

5. Pour déterminer les abscisses des points d'intersection des paraboles représentant P et Q, on résout l'équation $P(x) = Q(x)$,

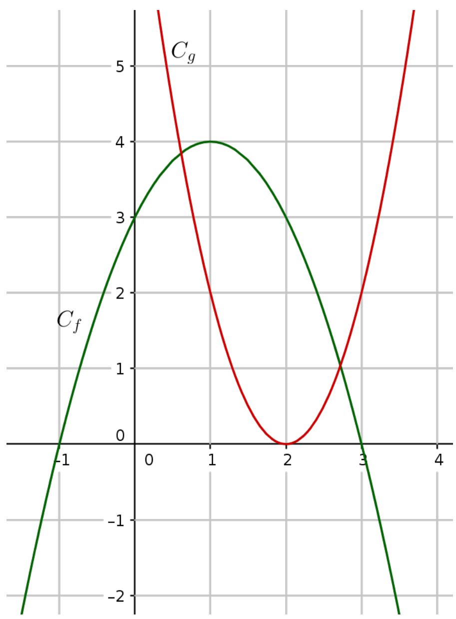
soit $-x^2 + 2x + 3 = 2x^2 - 8x + 8$, soit $-3x^2 + 10x - 5 = 0$;

on calcule le discriminant

$\Delta = b^2 - 4ac = 10^2 - 4\times(-3)\times(-5) = 40 > 0$, donc l'équation a deux solutions : $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-10+\sqrt{40}}{2\times(-3)} = \frac{-10+2\sqrt{10}}{-6} = \frac{5-\sqrt{10}}{3}$

et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-10-\sqrt{40}}{2\times(-3)} = \frac{-10-2\sqrt{10}}{-6} = \frac{5+\sqrt{10}}{3}$.

Les abscisses des deux points d'intersection des deux paraboles sont $\frac{5-\sqrt{10}}{3}$ et $\frac{5+\sqrt{10}}{3}$.



EXERCICE 2 : On considère les polynômes P_1 , P_2 , P_3 définis sur $\mathbb{R}$ par : $P_1(x) = -x^2 - 4x - 1$; $P_2(x) = -x^2 + 4x - 1$; $P_3(x) = x^2 + 4x + 7$.

1. Parmi les courbes A, B, C, D et E ci-dessous, il y a les représentations graphiques des trois polynômes.

P_1 : E ; P_2 : D ; P_3 : C.

2. A : $a < 0$ et $\Delta > 0$; B : $a > 0$ et $\Delta > 0$; C : $a > 0$ et $\Delta < 0$;

EXERCICE 3 : Trouver les dimensions d'un rectangle dont le périmètre est égal à 16 cm et l'aire est égale à 13 cm^2 :

On pose x et y les dimensions du rectangle ; on a alors $2x + 2y = 16$ et $xy = 13$; d'où $x + y = 8$, d'où $y = 8 - x$; ainsi l'air est égale à $x(8 - x) = 13$; on développe : $8x - x^2 = 13$, soit $-x^2 + 8x - 13 = 0$.

On résout l'équation : on calcule le discriminant

$\Delta = b^2 - 4ac = 8^2 - 4\times(-1)\times(-13) = 12 > 0$, donc l'équation a

deux solutions : $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8+\sqrt{12}}{2\times(-1)} = \frac{-8+2\sqrt{3}}{-2} = 4 - \sqrt{3}$ et

$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8-\sqrt{12}}{2\times(-1)} = \frac{-8-2\sqrt{3}}{-2} = 4 + \sqrt{3}$.

L'autre dimension : $y_1 = 8 - (4 - \sqrt{3}) = 4 + \sqrt{3}$; $y_2 = 8 - (4 + \sqrt{3}) = 4 - \sqrt{3}$

Les dimensions du rectangle sont $4 + \sqrt{3}$ et $4 - \sqrt{3}$.

Vérification : Le périmètre est égal à $2(4 - \sqrt{3}) + 2(4 + \sqrt{3}) = 8 + 8 = 16$ et

l'aire est égale à $(4 - \sqrt{3})(4 + \sqrt{3}) = 16 - 3 = 13$.