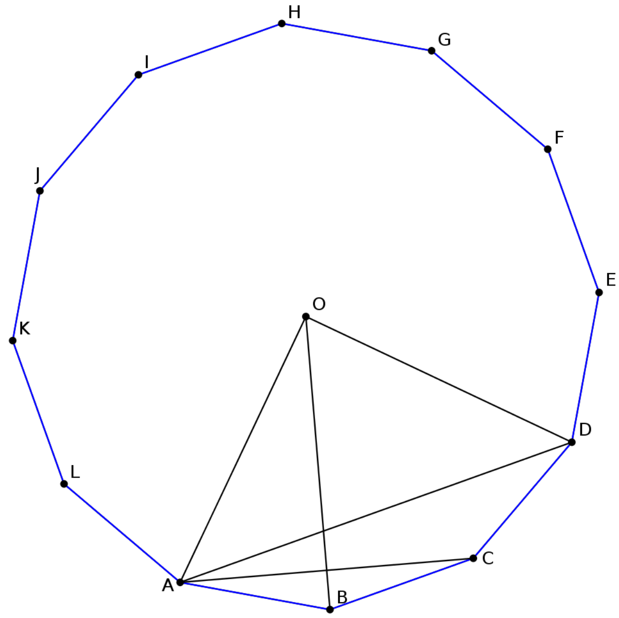
CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 3 PREMIÈRE STD2A

EXERCICE 1 : On considère un losange ABCD de centre O.
les transformations du plan laissant le losange invariant : symétrie centrale de centre O ; symétries axiales d'axes les diagonales [AC] et [BD].

EXERCICE 2 :
1. Construction du dodécagone régulier ABCDEFGHIJKL inscrit dans un cercle de centre O et de rayon 5 cm :

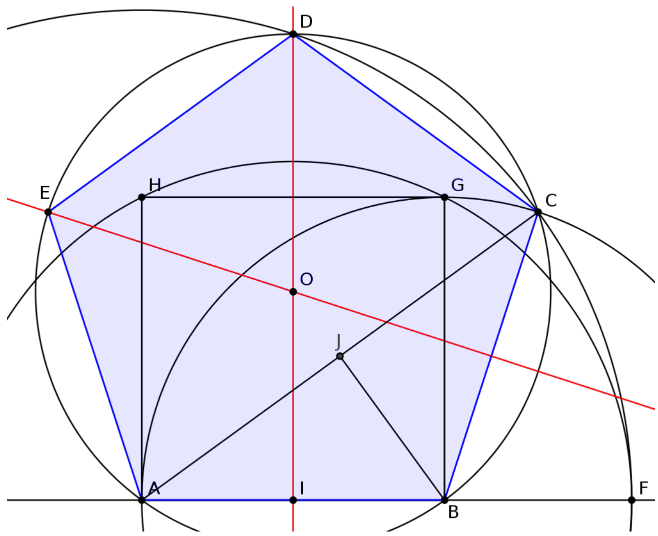


2. $\widehat{AOB} = \frac{360}{12} = 30°$;
$\widehat{ABC}$ = angle du dodécagone = 180 – 30 = 150° ;
comme = 3x30 = 90° et que le triangle OAD est isocèle en O, $\widehat{OAD}$ = (180 – 90)/2 = 45° ;
$\widehat{BAD} = \widehat{BAO} - \widehat{OAD}$ = 75 – 45 = 30°.
3. L'image du triangle ABC par la symétrie de centre O est le triangle GHI.
4. L'image du triangle ABC par la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens horaire est JKL.
5. L'image du triangle BCD par la symétrie d'axe (OA) est JKL.
6. L'angle et le centre de la rotation transformant ABC en EFG : angle = 120°, centre : O.
L'image du point D par cette transformation est H.

EXERCICE 3 :
1. Construction du carré ABGH de côté 4 cm et le point I milieu du segment [AB].
2. Construction du point F sur la demi droite [AB) tel que IF = IG.

3. On sait que IG = IF et AF = AI + IF = AI + IG.
Dans le triangle IBG rectangle en B,
$IG^2 = IB^2 + BG^2 = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$,
donc IG = $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$;
donc AF = AI + IG = 2 + 2 $\sqrt{5}$ = 2(1 + $\sqrt{5}$).

4. Construction du point C tel que AC = AF et BC = AB.



5. a) Construction du point O, centre du cercle circonscrit au triangle ABC à l'aide des médiatrices de [AB] et [BC] ; c'est le centre du pentagone régulier ABCDE.
b) Construction de D et E à l'aide du compas (report de longueur).

6. a) Soit J le milieu de [AC]. Le triangle ABC est isocèle en B donc la médiane (BJ) est aussi une hauteur ; le triangle ABJ est rectangle en J, donc $JB^2 = AB^2 - AJ^2 = 4^2 - (1 + \sqrt{5})^2 = 16 - (1 + 2\sqrt{5} + 5) = 10 - 2\sqrt{5}$,
donc JB = $\sqrt{10-2\sqrt{5}}$.

b) L'aire du triangle ABC est égale à $\frac{AC\times JB}{2} = \frac{(2+2\sqrt{5})\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{2} = (1+\sqrt{5})\sqrt{10-2\sqrt{5}}$.