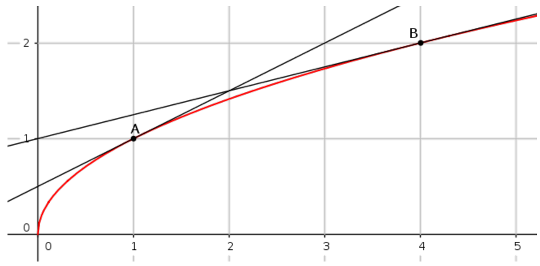
CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 7 PREMIÈRE STD2A

EXERCICE 1 : On considère la courbe (C) ci-contre représentative de la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x}$.

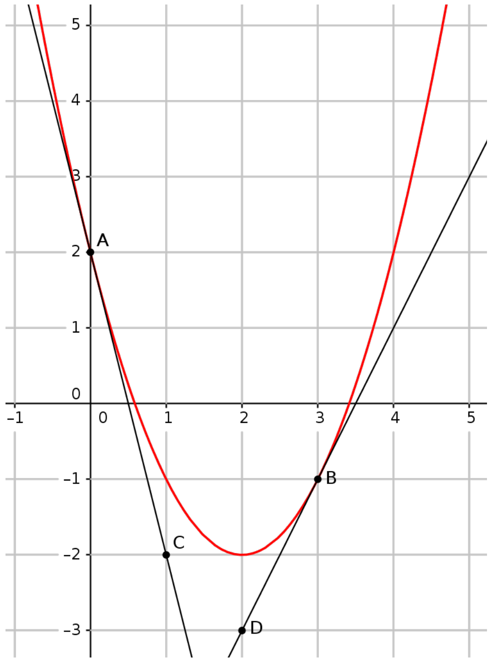
1. Le coefficient directeur de la tangente à la courbe (C) en un point d'abscisse a est le nombre dérivé = $\frac{1}{2\sqrt{a}}$.

Le coefficient directeur de la tangente à la courbe (C) au point A d'abscisse 1 est $\frac{1}{2\sqrt{1}}$ = 0,5. et celui au point B d'abscisse 4 est $\frac{1}{2\sqrt{4}}$ = 0,25.



2. Tracé des tangentes (T) :

EXERCICE 2 : On considère la fonction f définie sur ℝ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont des nombres réels, et sa courbe représentative donnée ci-contre. Les droites tracées sont des tangentes à la courbe aux points A(0 ; 2) et B(3 ; – 1).
La tangente en A passe par C(1 ; – 2) ;
la tangente en B passe par D(2 ; – 3).



1. Par lecture graphique, déterminer les nombres :
$f(0) = 2$, $f(3) = -1$, $f'(0) = -4$ (coefficient directeur de la tangente),
$f'(3) = 2$ (coefficient directeur de la tangente).
2. Ainsi $f(x) = ax^2 + bx + c$
Avec $f(0) = c = 2$;
$f'(x) = 2ax + b$, donc $f'(0) = b = -4$;
et $f(3) = 9a + 3b + c = -1$, donc $9a - 12 + 2 = -1$, donc $9a = 9$ et $a = 1$.
La fonction est $f(x) = x^2 - 4x + 2$.
3. On peut trouver un nombre réel a tel que $f'(a) = 0$, en résolvant l'équation $f'(a) = 0$, soit $2a - 4 = 0$, soit $a = 2$; l'ordonnée du point est $f(2) = 2^2 - 42 + 2 = -2$. Ce point est en fait le sommet de la parabole représentative de la fonction f.

EXERCICE 3 :
1. Pour chacune des fonctions suivantes, on détermine le nombre dérivé $f'(a)$, pour le réel a indiqué.
a) La fonction f est définie sur ℝ par $f(x) = 4x^2 - 3x + 7$; $a = -2$:
On a $f'(a) = 8a - 3$; donc $f'(-2) = 8(-2) - 3 = -19$.

b) La fonction f est définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = 2\sqrt{x} - 5$; $a = 4$:
On a $f'(a) = 8a - 3$; donc $f'(-2) = 8(-2) - 3 = -19$.

c) La fonction f est définie sur ℝ par $f(x) = x^3 + 2x^2 - 6x + 1$; $a = 2$:
On a $f'(a) = 8a - 3$; donc $f'(-2) = 8(-2) - 3 = -19$.

d) La fonction f est définie sur ℝ\{0} par $f(x) = \frac{3}{x} + x - 5$; $a = -1$:
On a $f'(a) = 8a - 3$; donc $f'(-2) = 8(-2) - 3 = -19$.