a) $S = x_1 + x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-b-b}{2a} = \dfrac{-b}{a}$ et $P = x_1x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \times \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{b^2 - \Delta}{4a^2} = \dfrac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2}$ $= \dfrac{4ac}{4a^2} = \dfrac{c}{a}$; Remplaçons x_1 par x dans l'équation : $x_x^2 - (x_1 + x_2)x_1 + x_1x_2 = x_1^2 - x_1^2 - x_1x_2 + x_1x_2 = 0$; donc x_1 est bien solution de l'équation ; on démontre de la même façon que x_2 est aussi solution.

Autre méthode : l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a \neq 0$ est équivalente à $x^2 + \dfrac{b}{a}x + \dfrac{c}{a} = 0$ soit $x^2 - Sx + P = 0$.

b) Posons S = 2 et P = -4 ; les deux nombres cherchés sont solutions de l'équation $x^2 - Sx + P = 0$ soit $x^2 - 2x - 4 = 0$;

$\Delta = (-2)^2 - 4\times(-4) = 20 > 0$ donc l'équation a deux solutions : $x_1 = \dfrac{-(-2) - \sqrt{20}}{2} = \dfrac{2 - 2\sqrt{5}}{2} = 1 - \sqrt{5}$ et

$x_2 = \dfrac{-(-2) + \sqrt{20}}{2} = \dfrac{2 + 2\sqrt{5}}{2} = 1 + \sqrt{5}$ Donc les deux nombres dont la somme est 2 et le produit est -4 sont $1 - \sqrt{5}$ et $1 + \sqrt{5}$.