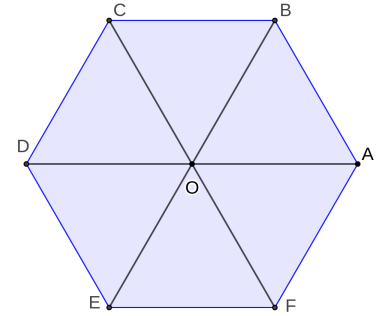


EXERCICE 1 : Calculer les produits scalaires $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ dans les cas suivants :

- Le triangle ABC est équilatéral de côté a ;
- Le triangle ABC est isocèle rectangle en A tel que $AB = a$;
- Le triangle ABC est isocèle rectangle en B tel que $AB = a$;
- Le triangle ABC est isocèle en C tel que $AB = 5$ et $BC = 4$.

EXERCICE 2 : On considère l'hexagone ABCDEF régulier de centre O et de côté 4 cm. Calculer les produits scalaires suivants :

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} ; \quad \vec{OA} \cdot \vec{OC} ; \quad \vec{AB} \cdot \vec{AC} ; \\ \vec{AB} \cdot \vec{DE} ; \quad \vec{AB} \cdot \vec{BD} ; \quad \vec{OC} \cdot \vec{DB} .$$



EXERCICE 3 : On considère le triangle ABC tel que

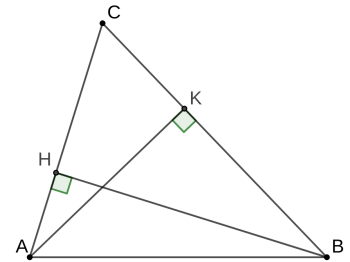
$$AB = 4, BC = 3 \text{ et } \widehat{ABC} = 60^\circ .$$

- Calculer le produit scalaire $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$.
- Calculer AC.
- En déduire l'angle $\widehat{BAC}$.

EXERCICE 4 : Le triangle ABC a ses trois angles aigus.

[AK] et [BH] sont deux hauteurs du triangle comme sur la figure ci-contre :

- Exprimer le produit scalaire $\vec{CB} \cdot \vec{CA}$ de deux façons différentes.
- En déduire que $CH \times CA = CK \times CB$.

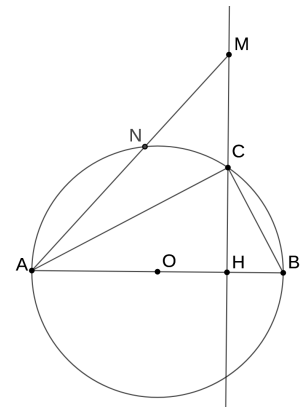


EXERCICE 5 : On considère le cercle Γ de centre O et de diamètre [AB] (figure ci-contre).

Pour tout point C de Γ , on construit le point H projeté orthogonal de C sur (AB).

Soit M un point de [CH] ; la droite (AM) recoupe le cercle en N.

- Justifier les égalités suivantes : $\vec{AM} \cdot \vec{AN} = \vec{AM} \cdot \vec{AB} = \vec{AC} \cdot \vec{AB}$.
- Démontrer que $AM \times AN = AC^2$.



EXERCICE 6 : ABCD est un carré de côté a .

M et N sont les milieux des côtés [BC] et [CD].

- Calculer en fonction de a , le produit scalaire $\vec{AM} \cdot \vec{AN}$.
- Calculer les longueurs AM et AN.
- En déduire une mesure en degrés à $0,1^\circ$ près de l'angle $\widehat{MAN}$.

EXERCICE 7 : Formule d'Al Kashi :

- Déterminer une mesure des angles du triangle ABC tel que $AB = 5$, $AC = 7$ et $BC = 8$.
- En déduire l'aire de ce triangle.
- Déterminer la longueur de la médiane [AI] et de la hauteur [AH].

EXERCICE 8 : Formule d'Al Kashi :

- Déterminer une mesure des angles du triangle DEF et la longueur EF sachant que $DE = 6$, $DF = 12$ et $\widehat{EDF} = 60^\circ$.
- En déduire l'aire de ce triangle.
- Déterminer la longueur de la médiane [FI] et de la hauteur [EH].

EXERCICE 9 : On considère le parallélogramme ABCD de centre O tel que $AB = 5$, $BC = 3\sqrt{2}$ et $\widehat{ABC} = 135^\circ$.

- Montrer que $\widehat{BAD} = 45^\circ$.
- Calculer les longueurs AC et BO, puis BD.
- Calculer, au degré près, une mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.
- Déterminer l'aire du parallélogramme ABCD.

EXERCICE 10 : Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

On considère les points $A(3; -1)$, $B(1; 3)$ et $C(-2; 1)$.

1. Calculer le produit scalaire $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$.
2. Calculer les longueurs AB et BC.
3. En déduire, au degré près, une mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

EXERCICE 11 : On considère le carré direct ABCD de côté 1 et les triangles équilatéraux directs CBF et DCE. En utilisant un repère orthonormé d'origine A, montrer que les droites (AF) et (BE) sont perpendiculaires et que $BE = AF$.

EXERCICE 12 : On considère le triangle ABC tel que $AB = 18$ cm, $BC = 15$ cm et l'aire du triangle est égale à 108 cm^2 . Déterminer la nature du triangle ABC.

EXERCICE 13 : Soit ABCD un carré, E un point de la demi-droite [AB) en dehors du segment [AB], et le carré BEFG. Montrer que les droites (CE) et (FG) sont perpendiculaires.

EXERCICE 14 :

1. Construire le quadrilatère direct ABCD tel que $AB = 3$ cm, $BC = BD = 6$ cm, $\widehat{ABD} = 60^\circ$ et $\widehat{CBD} = 45^\circ$.
2. Déterminer les longueurs AD et CD.
3. Calculer une mesure des angles $\widehat{BAD}$, $\widehat{BDC}$.
4. Déterminer l'aire du quadrilatère ABCD.

EXERCICE 15 :

On considère le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, et les points $A(-1; 4)$, $B(2; -3)$ et $C(4; 6)$.

1. Déterminer les coordonnées du centre de gravité G du triangle ABC, les coordonnées du centre R du cercle circonscrit au triangle ABC et les coordonnées de l'orthocentre H de ABC.
2. Montrer que les points G, H et R sont alignés.

EXERCICE 16 : On considère le triangle ABC quelconque et le point M du plan.

1. Montrer que $\vec{AM} \cdot \vec{BC} + \vec{BM} \cdot \vec{CA} + \vec{CM} \cdot \vec{AB} = 0$.
2. En déduire que les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes.

EXERCICE 17 :

ABCD est un rectangle tel que $AB = 5$ et $AD = 2$; le point M est sur le segment [CD] tel que $CM = 4$.

Le but de l'exercice est de démontrer de trois façons que le triangle AMB est rectangle en M :

1. Avec le théorème de Pythagore ;
2. Avec les coordonnées en prenant un repère orthonormé $(A; \vec{i}, \vec{j})$ où $\vec{i}$ est colinéaire à $\vec{AB}$ et $\vec{j}$ colinéaire à $\vec{AD}$;
3. En utilisant le produit scalaire $\vec{MA} \cdot \vec{MB}$.

EXERCICE 18 : On considère le triangle ABC isocèle en A tel que $BC = 4$ et l'angle $\widehat{ABC} = 72^\circ$.

1. Construire le triangle ABC.
2. Calculer la longueur AB.
3. La bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ coupe le côté [AC] en D. Montrer que le triangle BCD est isocèle en D.

EXERCICE 19 : ABCD est un parallélogramme. Montrer que la somme des carrés des longueurs des côtés est égale à la somme des carrés des longueurs des diagonales, c'est-à-dire que $AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = AC^2 + BD^2$.

