DEVOIR MAISON N° 3 PREMIÈRE GROUPE C *Octobre 2019*

## Exercice 1

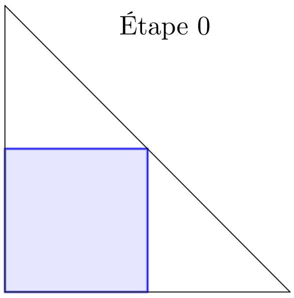
On considère le carré ABCD de côté 12 cm et le point M sur [AB] ainsi que le point N sur [BC] tel que AM $= x$ et BN $= 2x$.

1. Faire la figure dans le cas où $x = 2$ cm et calculer l'aire du triangle DMN.
2. Donner l'intervalle I dans lequel varie $x$.
3. Calculer l'aire du triangle DMN en fonction de $x \in$ I.
4. Déterminer l'aire minimale et l'aire maximale de ce triangle et pour quelles valeurs de $x$ elles sont atteintes.

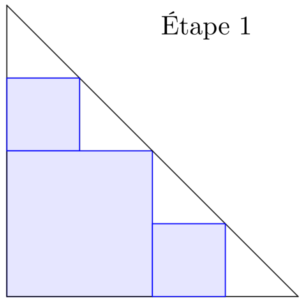
## Exercice 2

On considère la suite de construction effectuée dans un triangle isocèle rectangle de côté 1 comme sur les figures ci-contre (Etape 0 et étape 1).
A chaque nouvelle étape, les nouveaux points sur l'hypoténuse sont les milieux des segments obtenus à l'étape précédente et les figures grisées sont des carrés.

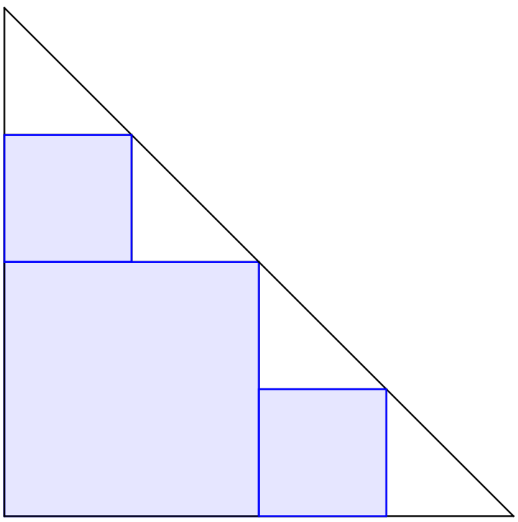
Étape 0



Étape 1



1. Construire la figure à l'étape 2 sur la figure ci-dessous.



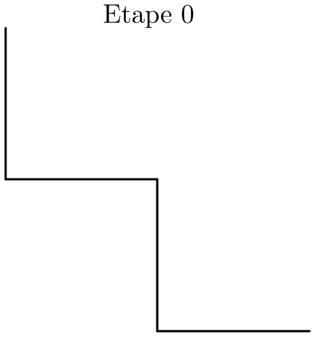
2. Pour tout entier naturel $n$, on note $u_n$ le nombre de nouveaux segments formés à l'intérieur du triangle à l'étape $n$.
a) Calculer $u_0$ , $u_1$ , $u_2$ .
b) En déduire une relation de récurrence entre $u_{n+1}$ et $u_n$ .
En déduire $u_n$ en fonction de $n$.
c) La somme des 10 premiers termes consécutifs de la suite $(u_n)$ donne le nombre de segments construits jusqu'à l'étape 9. Calculer la valeur exacte de cette somme.
d) L'algorithme ci-contre permet de calculer cette somme S, où U désigne un terme de la suite et N la dernière étape.
Recopier et compléter l'algorithme.

```
U ← ...
S ← U
N ← 9
I ← 0
Tant que I < N Faire
   U ← ...
   S ← ...
   I ← ...
Fin Tant que
Afficher ...
```

3. On considère la suite $(v_n)$ définie par $v_n =$ aire de la figure grisée à l'étape $n$.
a) Calculer $v_0$ , $v_1$ , $v_2$.
b) Montrer que $(v_n)$ est la somme des termes consécutifs d'une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
c) En déduire $v_n$ en fonction de $n$ .
d) Calculer la valeur exacte de $v_{10}$ .

4. On considère la suite $(w_n)$ définie par $w_n =$ longueur de la ligne brisée à l'étape $n$, comme sur la figure ci-contre :
a) Calculer $w_0$ , $w_1$ , $w_2$.
b) Quelle conjecture peut-on faire sur la suite $(w_n)$ ?
c) Démontrer cette conjecture.

Etape 0



Etape 1