

Enseignement de spécialité de mathématiques

Classe de première

Devoir commun du 15 novembre 2019

Durée : 1 heure

Le sujet est composé de trois exercices indépendants.

L'usage des calculatrices est autorisé.

Exercice 1 (6 points)

Thème : Probabilités

Les résultats seront donnés sous forme décimale, arrondis à 10^{-4} près.

Dans un pays, il y a 2% de la population contaminée par un virus.

On dispose d'un test de dépistage de ce virus qui a les propriétés suivantes :

- La probabilité qu'une personne contaminée ait un test positif est de 0,99.
- La probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est de 0,97.

On fait passer un test à une personne choisie au hasard dans cette population.

On note V l'événement « la personne est contaminée par le virus » et T l'événement « le test est positif ».

1. Donner les valeurs des probabilités $P(V)$, $P_V(T)$ et $P_{\bar{V}}(\bar{T})$.
2. Traduire la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.
3. Calculer la probabilité de l'évènement $V \cap T$.
4. Montrer que $P(T) = 0,0492$.
5. Calculer la probabilité qu'une personne soit contaminée par le virus sachant que son test est positif.
6. Calculer la probabilité qu'une personne ne soit pas contaminée par le virus sachant que son test est négatif.

Exercice 2 (7 points)

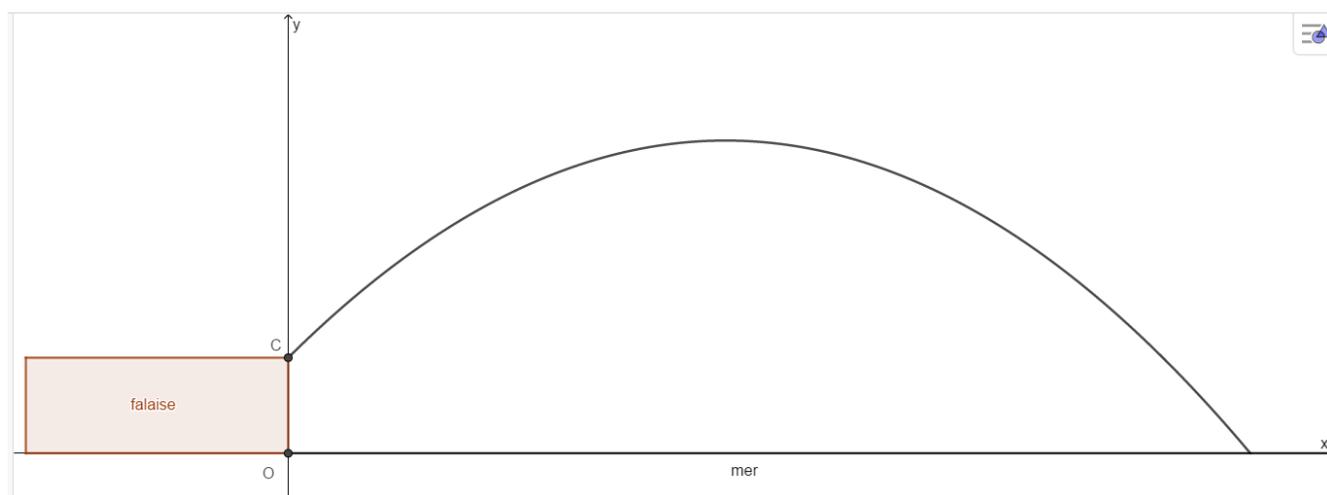
Thème : Second degré

Au XVIII^{ème} siècle, un canon situé en haut d'une falaise surplombant l'Atlantique tire un boulet sur un bateau pirate ennemi qui s'approche des côtes. La trajectoire de ce boulet est parabolique et située dans un plan vertical contenant le canon et le boulet.

Partie A : Premier tir

Au moment du premier tir, le bateau est situé à 1000 m du pied de la falaise.

La trajectoire du boulet est modélisée par la fonction f , définie par $f(x) = -0,001x^2 + x + 110$, où x désigne la distance horizontale effectuée au niveau de la mer et $f(x)$ la hauteur par rapport au niveau de la mer (x et y sont mesurés en mètres).



Sur la figure, l'axe des abscisses représente le niveau de la mer, le canon est situé au point C.

1. A quelle hauteur au-dessus du niveau de la mer le canon est-il situé ?
2. Calculer l'altitude maximale atteinte par le boulet.
3. A quelle distance de la falaise le boulet retombe-t-il en mer ?

Partie B : Second tir

Après l'échec du premier tir, l'artificier prévoit qu'au moment du second tir, le bateau sera à 700 m de la côte. Pour le second tir, il décide d'utiliser une fonction g définie par la forme factorisée suivante :

$$g(x) = a(x - 700)(x + 100)$$

4. Montrer que $a = -\frac{11}{7000}$.

5. La forme développée est $g(x) = -\frac{11}{7000}x^2 + bx + 110$. Calculer b .

6. Au moment du tir, le boulet est lancé à une vitesse initiale v (en m/s), avec un angle de mesure φ (en degrés) par rapport à l'horizontale. On admet que $\varphi = 43^\circ$.

Sachant que $a = -\frac{9,81}{2v^2 \cos^2(\varphi)}$, calculer une valeur approchée de v , arrondie à 1 km/h près.

Rappel : la notation $\cos^2(\varphi)$ désigne le carré de $\cos(\varphi)$.

Exercice 3 (7 points)

Thème : Suites

Les 7 questions sont indépendantes.

Les réponses sont données sans justification dans la grille ci-dessous.

Cette feuille sera donc remise avec la copie.

1. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 8$ et $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 2$. Donner la valeur de u_2 .
2. On considère la suite arithmétique (u_n) de raison $r = 3$, telle que $u_0 = 2$. Donner la valeur de u_{10} .
3. On considère la suite arithmétique (u_n) de raison $r = \frac{1}{7}$, telle que $u_{17} = 2$. Donner la valeur de u_{12} .
4. Soit (u_n) une suite arithmétique de raison 7. Sachant que $u_{37} = u_p + 42$, trouver la valeur de p .
5. On considère la suite arithmétique (u_n) telle que $u_4 = 1$ et $u_{10} = -2$. Donner la valeur de la raison r .
6. Soit $S = 75 + 76 + 77 + \dots + 275$. Donner la valeur de S .
7. On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $r = 4$. Soit $T = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{88}$. Donner la valeur de T .

Nom :

N° de question	Réponse
1	$u_2 =$
2	$u_{10} =$
3	$u_{12} =$
4	$p =$
5	$r =$
6	$S =$
7	$T =$