CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 3 PREMIÈRE

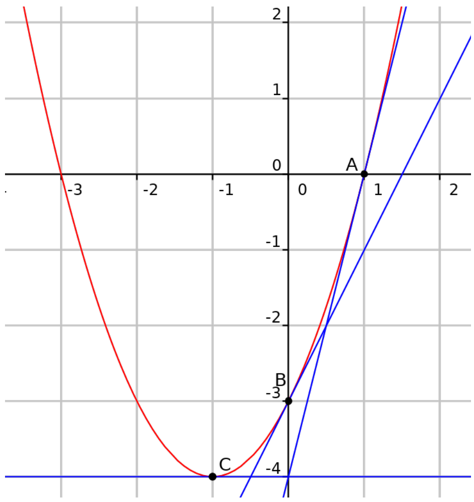
EXERCICE 1 : En France, la consommation de produits bio croît depuis plusieurs années.
En 2017, le pays comptait 52 % de femmes. Cette même année, 92 % des Français avaient déjà consommé des produits bio. De plus, parmi les consommateurs de produits bio, 55 % étaient des femmes.
On choisit au hasard une personne dans le fichier des Français de 2017. On note :
• F l'évènement « la personne choisie est une femme » ;
• H l'évènement « la personne choisie est un homme » ;
• B l'évènement « la personne choisie a déjà consommé des produits bio ».

1. Les données numériques de l'énoncé donne p(F) = 0,52 , p(B) = 0,92 et $p_B(F)$ = 0,55.

2. a. On sait que $p_B(F) = \dfrac{P(B \cap F)}{P(B)}$, donc $P(F \cap B) = p_B(F)P(B) = 0{,}55 \times 0{,}92 = 0{,}506$.

b. La probabilité qu'une personne ait consommé des produits bio en 2017, sachant que c'est une femme est $P_F(B) = \dfrac{P(B \cap F)}{P(F)} = \dfrac{0{,}506}{0{,}52} = 0{,}973$.

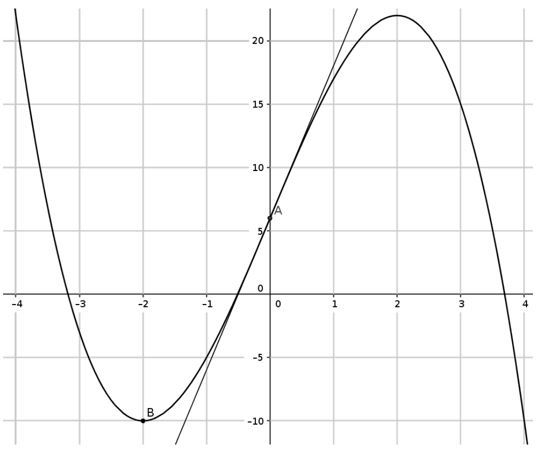
3. $P_H(\overline{B}) = \dfrac{P(\overline{B} \cap H)}{P(H)} = \dfrac{P(\overline{B} \cap H)}{1-P(F)} = \dfrac{P(\overline{B})-P(\overline{B} \cap F)}{1-P(F)} = \dfrac{P(\overline{B})-(P(F)-P(B \cap F))}{1-P(F)} =$
$\dfrac{0{,}08-(0{,}52-0{,}506)}{0{,}48} = 0{,}1375$.
Cette probabilité est la probabilité qu'une personne ne consomme pas bio sachant que c'est un homme.



EXERCICE 2 : On considère la fonction f définie sur par
$f(x) = x^2 + 2x - 1$ et sa courbe représentative donnée ci-contre.
1. Pour a réel, le nombre dérivé de la fonction f en $x = a$ est $f'(a) = 2a + 2$.
2. D'où les nombres dérivés de la fonction f en $x = 1$, $x = 0$ et $x = -1$: $f'(1) = 4$; $f'(0) = 2$ et $f'(-1) = 0$.

3. Tracé des tangentes à la courbe aux points d'abscisses 1, 0 et -1 sur la figure ci-contre :

EXERCICE 3 : Sur la courbe ci-contre, les points A(0 ; 6) et B(– 2 ; – 10) sont sur la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ avec a, b, c et d des réels.
La tangente à la courbe en A passe par C(1 ; 18) ; la tangente en B est parallèle à l'axe des abscisses.



1. On a $f(0) = 6$, $f'(0) = 12$, $f(-2) = -10$, $f'(-2) = 0$.
2. Le nombre dérivé de f en x est $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.
On obtient $f(0) = d = 6$; $f'(0) = c = 12$; donc $d = 6$ et $c = 12$.
$f(-2) = -8a + 4b - 2c + d = -10$, soit $-8a + 4b = 8$,
soit $-2a + b = 2$;
$f'(-2) = 12a - 4b + c = 0$, soit $12a - 4b = -12$,
soit $3a - b = -3$.
On résout le système $\begin{cases} -2a+b=2 \\ 3a-b=-3 \end{cases}$ équivaut à
$\begin{cases} b=2+2a \\ 3a-(2+2a)=-3 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} b=2+2a \\ a-2=-3 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} b=2+2a \\ a=-1 \end{cases}$
équivaut à $\begin{cases} b=0 \\ a=-1 \end{cases}$.
On en déduit l'expression de la fonction f : $f(x) = -x^3 + 12x + 6$.
3. Le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point D d'abscisse 3 est $f'(3) = -3 \times 3^2 + 12 = -15$.
4. Le nombre dérivé de la fonction f en $x = a$ est $f'(a) = -3a^2 + 12$.
Il existe un point E dont la tangente à la courbe est parallèle à celle en D si $f'(a) = -3a^2 + 12 = -15$, soit $-3a^2 = -27$, soit $3a^2 = 27$, soit $a^2 = 9$, soit $a = 3$ ou $a = -3$;
donc le point E a pour coordonnées $(-3 ; f(-3))$, soit E(– 3 ; – 3).

EXERCICE 4 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{3}{x} - 2$ et C sa courbe représentative tracée ci-dessous.

1. Pour un réel a non nul, et h non nul tel que $a + h$ non nul,

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \frac{\frac{3}{a+h}-2-(\frac{3}{a}-2)}{h} = \frac{\frac{3}{a+h}-\frac{3}{a}}{h} = \frac{\frac{3a-3(a+h)}{a(a+h)}}{h} = \frac{\frac{-3h}{a(a+h)}}{h} = \frac{-3h}{a(a+h)} \times \frac{1}{h} =$$

$$\frac{-3}{a(a+h)}, \text{ puis } \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{-3}{a(a+h)} = \frac{-3}{a^2}.$$

2. On en déduit $f'(1) = -3$.

3. L'équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 1 est donnée par
$y = f'(1)(x-1) + f(1) = -3(x-1) + 1 = -3x + 4$.
.
4. Tracé de cette tangente sur la figure.
5. La tangente à la courbe est parallèle à la droite d'équation $y = -x$ si et seulement si $f'(a) = -1$.
On résout l'équation $\dfrac{-3}{a^2} = -1$ équivaut à $-a^2 = -3$ équivaut à $a^2 = 3$ équivaut à $a = \sqrt{3}$ ou $a = -\sqrt{3}$.
Il y a donc deux points de la courbe en lesquels la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = -x$.
Ces points ont pour abscisse $\sqrt{3}$ et $-\sqrt{3}$.