1. La fonction carrée

Définition: La fonction carrée est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$. A tout nombre réel, elle associe son carré.

Variations: Soient a et b deux réels positifs tels que $0 \leqslant a < b$; alors $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. On sait que $a - b < 0$ et $a + b > 0$, donc le produit $a^2 - b^2 < 0$, et ainsi $a^2 < b^2$.

L'ordre est conservé, donc la fonction carrée est croissante sur $[0; +\infty[$.

Soient a et b deux réels négatifs tels que $a < b \leqslant 0$; alors $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. On sait que $a - b < 0$ et $a + b < 0$, donc le produit $a^2 - b^2 > 0$, et ainsi $a^2 > b^2$.

L'ordre est inversé, donc la fonction carrée est décroissante sur $]-\infty ; 0]$.

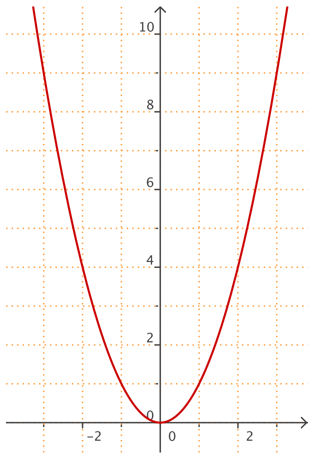


Tableau de variations:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
x^2	$+\infty$ ↘	0	↗ $+\infty$

Représentation graphique de la fonction carrée:

Cette courbe est une parabole. Elle admet l'axe des ordonnées comme axe de symétrie.

Cette fonction est paire. *Voir le cours sur la parité* :

http://dominique.frin.free.fr/premiere/crs1S_parite.pdf .

2. La fonction inverse

Définition: La fonction inverse est la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{0\} = \mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{1}{x}$.

A tout nombre réel non nul, elle associe son inverse.

Variations: Soient a et b deux réels strictement positifs tels que $0 < a < b$; alors $\dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{b} = \dfrac{b-a}{ab}$.

On sait que $b - a > 0$ et $ab > 0$, donc le quotient $\dfrac{b-a}{ab} > 0$, et ainsi $\dfrac{1}{a} > \dfrac{1}{b}$.

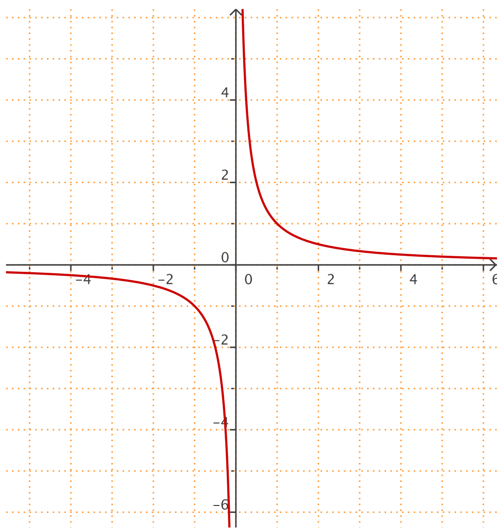
L'ordre est inversé, donc la fonction inverse est décroissante sur $]0; +\infty[$.

Soient a et b deux réels strictement négatifs tels que $a < b < 0$; donc $b - a > 0$ et $ab > 0$, et le quotient $\dfrac{b-a}{ab} > 0$, ainsi $\dfrac{1}{a} > \dfrac{1}{b}$. L'ordre est inversé, donc la fonction inverse est décroissante sur $]-\infty ; 0[$.

Tableau de variations:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$\dfrac{1}{x}$	0 ↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘ 0

Représentation graphique de la fonction inverse:



Cette courbe est une hyperbole. Elle admet l'origine comme centre de symétrie.

Cette fonction est impaire. *Voir le cours sur la parité* :

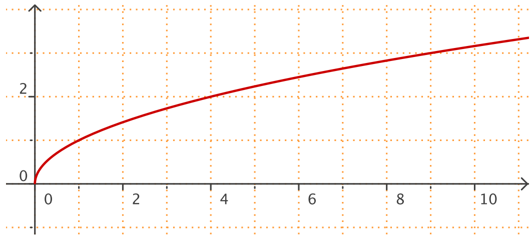
http://dominique.frin.free.fr/premiere/crs1S_parite.pdf .

3. Les fonctions affines

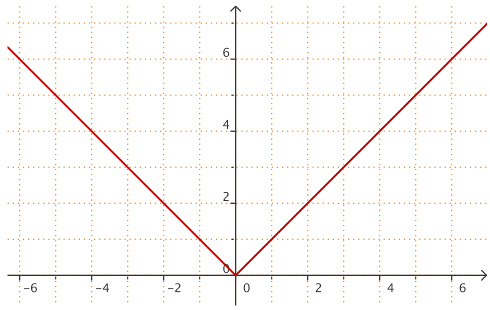
Définition: Une fonction affine est une fonction f définie sur ℝ par $f(x) = ax + b$ où $a \neq 0$.
Variations: Les variations de la fonction affine sont données par le nombre a :
Si $a > 0$, alors la fonction est strictement croissante.
Si $a = 0$, alors la fonction est constante.
Si $a < 0$, alors la fonction est strictement décroissante.
La représentation graphique d'une fonction affine est une droite d'équation $y = ax + b$. Le nombre a est appelé le coefficient directeur de la droite et b est appelé l'ordonnée à l'origine.
Voir le cours complet sur les fonctions affines : http://dominique.frin.free.fr/seconde/cours2_fctaffine.pdf .

4. D'autres fonctions de références:

a) La fonction racine carrée: est la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$.
Cette fonction est strictement croissante sur $[0; +\infty[$:
Soient a et b deux réels positifs tels que $0 \leqslant a < b$; alors $\sqrt{a} - \sqrt{b} = \dfrac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ en utilisant l'identité remarquable $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$.
On sait que $a - b < 0$ et $\sqrt{a} + \sqrt{b} > 0$, donc le quotient $\dfrac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} < 0$, et ainsi $\sqrt{a} < \sqrt{b}$.
L'ordre est conservé, donc la fonction racine carrée est croissante sur $[0; +\infty[$.
Représentation graphique: c'est une demie parabole.



b) La fonction valeur absolue : est la fonction f définie sur ℝ par $f(x) = |x|$.
Cette fonction est strictement croissante sur $[0; +\infty[$ et strictement décroissante sur $]-\infty ; 0]$:
Soient a et b deux réels positifs tels que $0 \leqslant a < b$; alors $|a| - |b| = a - b < 0$, donc $|a| < |b|$
L'ordre est conservé, donc la fonction valeur absolue est croissante sur $[0; +\infty[$.
Soient a et b deux réels négatifs tels que $a < b \leqslant 0$;
alors $|a| - |b| = -a - (-b) = b - a > 0$, donc $|a| > |b|$.
L'ordre est inversé, donc la fonction valeur absolue est décroissante sur $]-\infty ; 0[$.
Représentation graphique:
Cette fonction est paire.



c) La fonction cube : est la fonction f définie sur ℝ par $f(x) = x^3$.
Cette fonction est strictement croissante sur ℝ :
Soient a et b deux réels tels que $a < b$; alors $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$.
On sait que $a - b < 0$ et $a^2 + ab + b^2 > 0$ (on sépare le cas où les deux réels sont positifs et le cas où ils sont négatifs, et dans ces deux cas $a^2 > 0$, $ab > 0$ et $b^2 > 0$)
donc le produit $a^3 - b^3 < 0$, et ainsi $a^3 < b^3$.
L'ordre est conservé, donc la fonction cube est croissante sur ℝ.
Représentation graphique:
Cette fonction est impaire.