## 1. La translation:

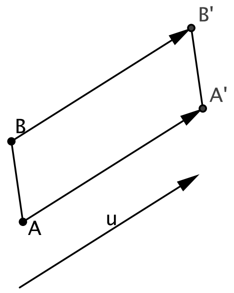
Définition: On considère un vecteur $\vec{u}$ du plan. La translation de vecteur $\vec{u}$ est la transformation qui à tout point M du plan associe le point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$ .

Notation: On note $t_{\vec{u}}$ la translation de vecteur $\vec{u}$ .

Propriétés: a) Point invariant: Si le vecteur $\vec{u}$ n'est pas nul, aucun point n'est invariant. Si $\vec{u} = \vec{0}$ , tous les points sont invariants.

b) $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$ équivaut à $\overrightarrow{M'M} = -\vec{u}$ ; c'est-à-dire que M est l'image de M' par la translation de vecteur $-\vec{u}$ .

c) Si $t_{\vec{u}}(A) = A'$ et $t_{\vec{u}}(B) = B'$ , alors $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{AB}$ , c'est-à-dire que ABB'A' est un parallélogramme.




Ainsi A'B' = AB et (A'B')//(AB); ce qui signifie que la translation conserve les distances.

d) L'image d'une droite (d) est une droite (d') parallèle à (d); l'image d'un cercle est un cercle de même rayon.

e) L'image de deux droites parallèles sont deux droites parallèles; l'image de deux droites perpendiculaires sont deux droites perpendiculaires. Ce qui signifie que la translation conserve le parallélisme et l'orthogonalité.

## 2. La symétrie centrale:

Définition: On considère un point A du plan. La symétrie centrale de centre A est la transformation du plan qui à tout point M associe le point M' tel que A est le milieu du segment [MM'].

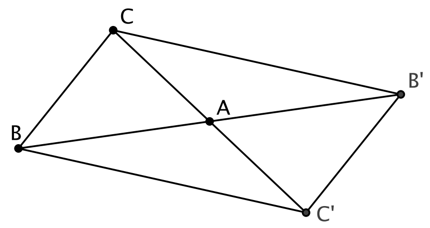
On a alors $\overrightarrow{AM'} = \overrightarrow{MA} = -\overrightarrow{AM}$ .

Notation: On note $s_A$ la symétrie de centre A.

Propriétés: a) Point invariant: Le point A, centre de la symétrie, est l'unique point invariant.

b) Si $s_A(M) = M'$ alors $s_A(M') = M$.

c) Si $s_A(B) = B'$ et $s_A(C) = C'$ , alors $\overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{BC}$ , c'est-à-dire que BCB'C' est un parallélogramme de centre A. Ainsi B'C' = BC et (B'C')//(BC); ce qui signifie que la symétrie centrale conserve les distances.




d) L'image d'une droite (d) est une droite (d') parallèle à (d); l'image d'un cercle est un cercle de même rayon.

e) L'image de deux droites parallèles sont deux droites parallèles; l'image de deux droites perpendiculaires sont deux droites perpendiculaires. Ce qui signifie que la symétrie centrale conserve le parallélisme et l'orthogonalité.

## 3. La symétrie axiale ou réflexion:

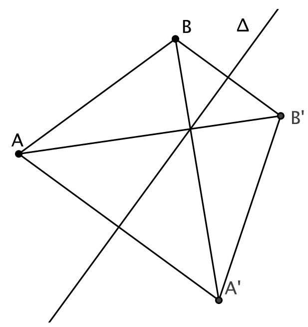
Définition: On considère une droite $\Delta$ du plan. La réflexion d'axe $\Delta$ est la transformation du plan qui à tout point M associe le point M' tel que $\Delta$ est la médiatrice de [MM'].

Notation: On note $s_\Delta$ la symétrie d'axe $\Delta$.

Propriétés: a) Point invariant: Les points de la droite $\Delta$, axe de la symétrie, sont les points invariants.

b) Si $s_\Delta(M) = M'$ alors $s_\Delta(M') = M$.

c) Si $s_\Delta(A) = A'$ et $s_\Delta(B) = B'$ , alors les droites (AB) et (A'B') se coupent en un point de la droite $\Delta$. De plus, les droites (AA') et (BB') sont parallèles et A'B' = AB, c'est-à-dire que ABB'A' est un trapèze isocèle. Ce qui signifie que la réflexion conserve les distances.




d) L'image d'une droite (d) est une droite (d'); si (d) est parallèle à $\Delta$, alors (d') leur est parallèle; si si (d) est perpendiculaire à $\Delta$, alors (d') = (d).

e) l'image d'un cercle est un cercle de même rayon; si les deux cercles se coupent, alors les points d'intersection sont sur l'axe $\Delta$.

f) L'image de deux droites parallèles sont deux droites parallèles; l'image de deux droites perpendiculaires sont deux droites perpendiculaires. Ce qui signifie que la réflexion conserve le parallélisme et l'orthogonalité.

### 4. La rotation:

Définition: On considère un point A et un nombre réel $\theta$. La rotation de centre A et d'angle $\theta$ est la transformation du plan qui à tout point M associe le point M' tel que AM' = AM et $(\overrightarrow{AM}\ ;\ \overrightarrow{AM'}) = \theta\ [2\pi]$.

Notation: On note rot(A; $\theta$) la rotation de centre A et d'angle $\theta$.

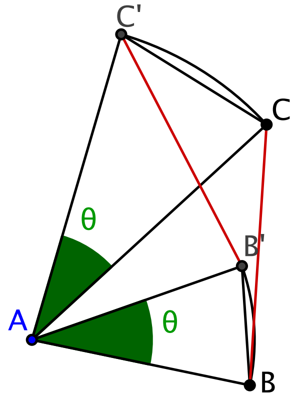
Propriétés: a) Point invariant: Le point A, centre de la rotation, est l'unique point invariant.

b) Si rot(A; $\theta$)(B) = B' et rot(A; $\theta$)(C) = C' , alors BC = B'C' et $(\overrightarrow{BC}\ ;\ \overrightarrow{B'C'}) = \theta$; ce qui signifie que la rotation conserve les distances.

c) L'image d'une droite (d) est une droite (d') telle que l'angle formée entre les deux droites égale $\theta$; l'image d'un cercle est un cercle de même rayon.

d) L'image de deux droites parallèles sont deux droites parallèles; l'image de deux droites perpendiculaires sont deux droites perpendiculaires. Ce qui signifie que la rotation conserve le parallélisme et l'orthogonalité.

e) rot(A; $\pi$) = $s_A$ .




## C. Propriétés communes des transformations ci-dessus:

Conservation de l'alignement: L'image de trois points alignés sont trois points alignés dans le même ordre.
L'image d'une droite est une droite.

Conservation des distances: L'image d'un segment est un segment de même longueur.
L'image d'un cercle $C$ est un cercle $C'$ de même rayon. Si la droite (d) est tangente au cercle $C$, alors son image (d') est tangente à $C'$.

Conservation du parallélisme: Les images de deux droites parallèles sont deux droites parallèles.

Conservation de l'orthogonalité : Les images de deux droites perpendiculaires sont deux droites perpendiculaires .

Conservation du centre de gravité: L'image du centre de gravité d'un triangle est le centre de gravité du triangle image.

Conservation des aires: L'image d'un triangle est un triangle de même aire.

Conservation des angles: L'image d'un angle géométrique est un angle de même mesure.