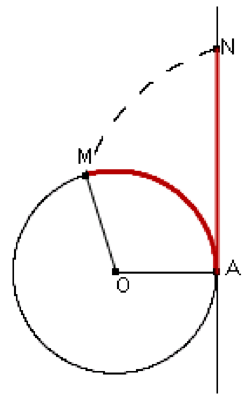


A. Cercle trigonométrique

1. Définition: un cercle trigonométrique C est un cercle de rayon 1 orienté dans le sens direct (ou positif , c'est le sens contraire des aiguilles d'un montre).
Sa longueur est égale à 2π.

2. Mesure en radian: Dans le plan rapporté au repère orthonormé (O; $\vec{i}$, $\vec{j}$), on considère le cercle trigonométrique de centre O, A(1; 0) et la tangente au cercle passant par le point A.
Pour tout point N de la tangente, on lui associe le point M du cercle C, tel que la longueur AN soit égale à la longueur de l'arc $\overset{\frown}{AM}$. Cette longueur est égale à la mesure en radian de l'angle géométrique $\widehat{AOM}$.
Pour tout réel $k \in \mathbb{Z}$, Les points N tels que AN égale $\alpha + 2k\pi$, sont associés au même point M du cercle C:
Si α est une mesure de l'angle $\widehat{AOM}$, alors les nombres $\alpha + 2k\pi$, avec $k \in \mathbb{Z}$, sont des mesures du même angle $\widehat{AOM}$.
De plus, pour tout nombre réel α (correspondant à l'ordonnée du point N), il existe un point M du cercle C tel que $\alpha = \widehat{AOM}$.

Exemples : Trouver une mesure comprise dans l'intervalle $]-\pi\,;\,\pi]$ correspondant aux mesures suivantes:
$\frac{13\pi}{6}$; $\frac{-45\pi}{6}$; $\frac{33\pi}{4}$; $\frac{2005\pi}{3}$; $\frac{-98\pi}{28}$.

B. Correspondance entre degrés et radians:

Ce tableau est un tableau de proportionnalité:

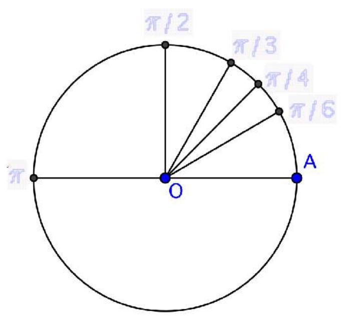
Mesure en degré	0	30	45	60	90	180
Mesure en radian	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π

C. Cosinus et sinus:

Définition : Dans le plan rapporté au repère orthonormé (O; $\vec{i}$, $\vec{j}$), on considère le cercle trigonométrique de centre O et A(1; 0). Pour tout point M du cercle C, avec α une mesure de l'angle $\widehat{AOM}$, les coordonnées de M sont ($\cos\alpha$; $\sin\alpha$).

Quelques valeurs exactes de cosinus et sinus :

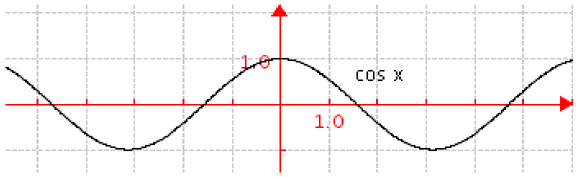
α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0



Angles associés : On peut alors déterminer les valeurs exactes des cosinus et sinus des angles $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{5\pi}{6}$, $\frac{7\pi}{6}$, $\frac{3\pi}{4}$, et leurs opposés en utilisant des symétries par rapport aux axes de coordonnées et au point O.

Exercice : Déterminer les valeurs exactes des cosinus et sinus des angles précédents.

D. Fonctions cosinus et sinus:



Pour tout réel x on définit les fonctions cosinus et sinus par $\cos(x)$ et $\sin(x)$, où x est une mesure en radian de l'angle $\widehat{AOM}$.

Voir animations sur les fonctions cosinus et sinus :
http://dominique.frin.free.fr/geogebra/trigonometrie.html

Propriétés : pour tout réel x, $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$;
$-1 \leq \cos x \leq 1$; $-1 \leq \sin x \leq 1$.
Ces fonctions sont 2π-périodiques, c'est-à-dire que pour tout réel x et $k \in \mathbb{Z}$, $\cos(x + 2k\pi) = \cos(x)$ et $\sin(x + 2k\pi) = \sin(x)$.
Représentation graphique des fonctions cosinus et sinus ci-contre :