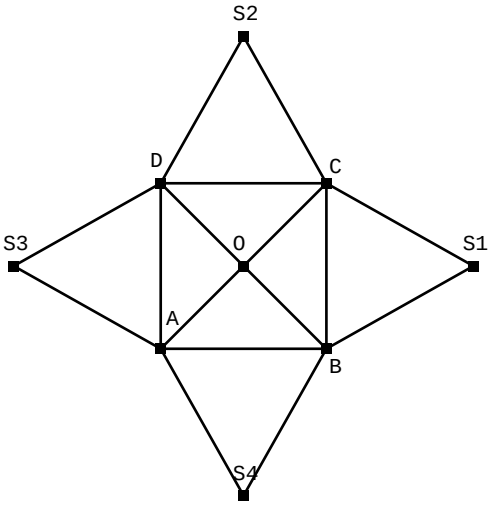
CORRECTION DEVOIR MAISON N° 5 SECONDE



a) Le patron de la pyramide SABCD ci-contre :

b) Soit R le milieu de [AB]. Le triangle SAB est équilatéral (SA = SB = AB = 4), donc [SR] est une médiane et une hauteur du triangle SAB. Ainsi, (SR) et (AB) sont perpendiculaires. Le triangle OAB est isocèle en O, donc [OR] est une médiane et une hauteur. Ainsi, (RO) et (AB) sont perpendiculaires. La droite (AB) est perpendiculaire à deux droites du plan (SOR), elle est donc perpendiculaire à ce plan, et donc à toutes les droites du plan. Donc les droites (SO) et (AB) sont perpendiculaires.

c) On montre de la même façon que les droites (BC) et (SO) sont perpendiculaires. Donc la droite (SO) est perpendiculaire à deux droites (AB) et (BC) du plan (ABC); elle est donc perpendiculaire au plan (ABC).

d) Le segment [SO] est la hauteur de la pyramide avec comme base ABCD. Le volume est égal à $\frac{1}{3}$ SO $\times$aire(ABCD).

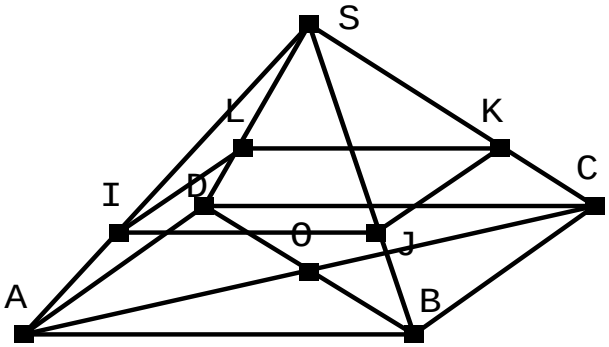
On calcule AO, puis SO: AO = $\frac{1}{2}\times AC = \frac{1}{2}\times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$. Dans le triangle SAO rectangle en O, on applique le théorème de Pythagore: $SA^2 = SO^2 + AO^2$, d'où $SO^2 = 4^2 - (2\sqrt{2})^2 = 8$, et $SO = 2\sqrt{2}$.

Le volume de la pyramide est égal à $\frac{1}{3}$ SO $\times$aire(ABCD) = $\frac{1}{3}\times 2\sqrt{2}\times 4^2 = \frac{32\sqrt{2}}{3}$.

L'aire de cette pyramide est la somme des aires des cinq faces. ABCD est un carré de côté 4 et les faces SAB, SBC, SCD et SDA sont des triangles équilatéraux de côtés 4. L'aire d'un triangle équilatéral de côté *a* est égale à $\frac{a\times a\sqrt{3}/2}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Donc l'aire de la pyramide est égale à $4^2 + 4\times\frac{4^2\sqrt{3}}{4} = 16 + 16\sqrt{3} = 16(1+\sqrt{3})$.

e) Les plans (ABC) et (P) sont parallèles. Le plan (SAC) coupe ces deux plans suivant deux droites parallèles; donc (AB) // (IJ). On utilise alors la réciproque du théorème de Thalès dans le triangle SAB avec SI = $\frac{2}{3}$ SA, soit $\frac{SI}{SA} = \frac{2}{3}$ donc $\frac{SI}{SA} = \frac{SJ}{SB} = \frac{IJ}{AB} = \frac{2}{3}$, soit IJ = $\frac{2}{3}$ AB. On démontre de la même manière que JK = $\frac{2}{3}$ BC, KL = $\frac{2}{3}$ CD et LI = $\frac{2}{3}$ AD. Comme ABCD est un carré, on obtient IJ = JK = KL = LI. Donc IJKL est un losange.

De plus, JL = $\frac{2}{3}$ BD et IK = $\frac{2}{3}$ AC, donc JL = IK. Les diagonales de IJKL sont de la même longueur, donc IJKL est un carré.



f) La droite (BD) est perpendiculaire à la droite (AC) et (SO) est perpendiculaire au plan (ABC) donc à la droite (BD). Ainsi, la droite (BD) est perpendiculaire à deux droites sécantes du plan (SAC), donc elle est orthogonale à toutes les droites de ce plan. Ainsi les droites (BD) et (SA) sont orthogonales.