CORRECTION DEVOIR SURVEILLE N° 2 SECONDE

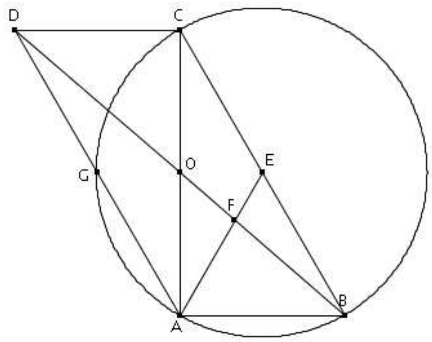
EXERCICE 1 :
Représentation graphique des nombres x tels que :
a) $1 \leq x < 6$:
b) $-2 < x \leq 3$;
c) $x > -1{,}5$.
Les intervalles : a) $x \in [1\,;6[$ intervalle semi-ouvert; b) $x \in\ ]-2\,;3]$ intervalle semi-ouvert;
c) $x \in\ ]-1{,}5\,;+\infty[$ intervalle ouvert;

EXERCICE 2 :
a) $I = [1\,;6[$ et $J =]-2\,;3]$; $I \cap J = [1\,;3]$; et $I \cup J =]-2\,;6[$.
b) $]-\infty\,;4] \cap]\pi\,;+\infty[=]\pi\,;4]$.

EXERCICE 3 :
a) Si $a > 1$, en multipliant les deux membres de l'inégalité par a^2 , on obtient $a^3 > a^2$. Si $a < 1$, en multipliant les deux membres de l'inégalité par a^2 , on obtient $a^3 < a^2$.
b) On suppose $0 < a < b$. Alors $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, donc en multipliant par -1 : $-\frac{1}{a} < -\frac{1}{b}$, et en ajoutant 1 dans les deux membres de l'inégalité : $1-\frac{1}{a} < 1-\frac{1}{b}$.
c) Pour tout entier naturel n, comparer $1+\frac{1}{n+1} = \frac{n+2}{n+1}$; on compare $\frac{n+2}{n+1}$ et $\frac{n+3}{n+2}$ en effectuant le produit en croix : $(n+2)^2 = n^2+4n+4$, et $(n+1)(n+3) = n^2+4n+3$. Le nombre n étant un entier naturel, donc positif,
$n^2+4n+4 > n^2+4n+3$. Donc $1+\frac{1}{n+1} > \frac{n+3}{n+2}$.

EXERCICE 4 :
Si le carré a pour côté $3\sqrt{2}$, son périmètre est égal à $4 \times 3\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$ = périmètre du triangle équilatéral. Son côté est alors le tiers du périmètre, soit $\frac{12\sqrt{2}}{3} = 4\sqrt{2}$. L'aire du carré de côté $3\sqrt{2}$ est égale à $(3\sqrt{2})^2 = 18$.

EXERCICE 5 :
a) La figure ci-contre:



b) Les droites (AE) et (OB) sont des médianes du triangle ABC, donc le point F est le centre de gravité du triangle ABC.
c) *Propriété*: Dans un triangle rectangle, la médiane issue de l'angle droit mesure la moitié de l'hypoténuse; donc AE = 8/2 = 4; de plus EB = BC/2 = 4; donc AB = AE = BE = 4, et le triangle ABE est équilatéral.
d) Pour calculer AC, on utilise le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en A :
$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 8^2 - 4^2 = 64 - 16 = 48$, donc $AC = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$.
Le point O est le centre du parallélogramme ABCD et [BD] en est une diagonale, donc BD = 2BO; on utilise le théorème de Pythagore dans le triangle ABO rectangle en A :
$OB^2 = AO^2 + AB^2 = (AC/2)^2 + 4^2 = (2\sqrt{3})^2 + 16 = 12 + 16 = 28$, donc $BD = 2BO = 2\sqrt{28} = 4\sqrt{7}$.
e) Comme F est le centre de gravité de ABC, $AF = \frac{2}{3}AE = \frac{2}{3}\times 4 = \frac{8}{3}$.
Question subsidiaire : Le centre du cercle circonscrit au triangle ABC est le milieu E de l'hypoténuse; donc EA = EC = EG = 4. ABCD est un parallélogramme,
donc $\widehat{GAB} = \widehat{DAB} = 180 - \widehat{ABC} = 120°$, et comme $\widehat{EAB} = 60°$ alors et $\widehat{GAE} = 60°$. Donc le triangle GEA est équilatéral. Ainsi, GABE est un losange, donc (GA) // (EB) // (EC) ; et GA = EC. Donc le quadrilatère AECG a deux côtés parallèles et de même longueur, c'est un parallélogramme ; de plus les côtés adjacents [EA] et [EC] ont même longueur, donc le quadrilatère AECG est un losange.

Barème:
/ 0,5
/ 0,5
/ 0,5
/ 1,5
/ 1
/ 1
/ 2
/ 2
/ 2
/ 1
/ 1
/ 1
/ 1
/ 1
/ 1
/ 1
/ 1
+ 1