CORRECTION DU DEVOIR SURVEILLÉ N° 4 du 15 décembre 2005

1) a) Le maximum de la fonction f est 3 et il est atteint en -3. Tableau de variations :

x	-9		-3		2		7
$f(x)$	-6	↗	3	↘	-4	↗	2

Le minimum de la fonction f est -6 et il est atteint en -9.

b) Les antécédents de zéro sont : -6, -1 et 5.

c) $f(x) = 4$ donne $S = \{-8; 2\}$.

d) $f(x) \geqslant 1$ donne $S = [-5; -2] \cup [6; 7]$.

e) $f(x) > 3$ donne $S = \emptyset$.

f) Tableau de signes :

x	-9		-6		-1		5		7
$f(x)$		−	0	+	0	−	0	+	

2) a) Le minimum de la fonction f atteint en $x = a$ est le nombre réel $f(a)$ tel que pour tout x de l'ensemble de définition de f, $f(x) \geqslant f(a)$.

b) $f(x) = 7^2 - 14 \times 7 + 57 = 8$;

$f(x) - 8 = x^2 - 14x + 57 - 8 = x^2 - 14x + 49 = (x-7)^2 \geqslant 0$. Donc 8 est le minimum de f atteint en 7.

c) La fonction f est décroissante sur I, si elle inverse l'ordre sur I, ou si pour tous réels a et b de I, $a < b$ implique $f(a) \geqslant f(b)$.

3) 1 a. Les droites (BC) et (AE) ne sont pas coplanaires.
b. La droite (AO) est orthogonale au plan (FIH).
c. Les droites (FG) et (OE) ne sont pas coplanaires.
d. Les plans (ABC) et (AED) sont sécants.
e. Les droites (BD) et (FH) sont parallèles.
f. Les droites (BC) et (OD) sont sécantes en B.

2 a) Les points C, E, I et G sont coplanaires car les droites (CG) et (FI) sont parallèles et sont donc coplanaires.
NB. Les droites (CG) et (FI) sont parallèles car les arêtes latérales [CG] et [FI] du pavé sont parallèles.

b) Le plan (CEI) coupe les deux plans parallèles (CDE) et (GHI) donc leurs « droites d'intersection respectives » (CE) et (GI) sont parallèles.

3 a) OD = ½ BD. En appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle BCD rectangle en C : $BD^2 = BC^2 + CD^2$, d'où $BD^2 = 4^2 + 8^2 = 80$ d'où : $BD = \sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = 4\sqrt{5}$. Finalement : $OD = 2\sqrt{5}$.

Dans le triangle AOD rectangle en O, en appliquant le théorème de Pythagore, on obtient : $AD^2 = AO^2 + OD^2$, d'où $AO^2 = (\sqrt{29})^2 - (2\sqrt{5})^2 = 29 - 20 = 9$; d'où AO = 3.

b) Volume du solide = volume du pavé + volume de la pyramide $= 8\times4\times3 + \dfrac{8\times4\times3}{3} = 96 + 32 = 128$ unités de volume.

4) 1. L'intersection de deux plans est une droite.

2. Les droites (AC) et (BD) sont sécantes en I; la droite (AC) est incluse dans le plan (SAC) et la droite (BD) est incluse dans (SBD), donc I appartient à l'intersection des plans (SAC) et (SBD). De même S appartient à l'intersection des plans (SAC) et (SBD). *Par suite l'intersection des plans (SAC) et (SBD) est la droite (SI)*

5) 1. Dans le triangle SBC , M est le milieu du côté [SC] et N est le milieu du côté [SB]. Or dans un triangle, la droite passant par les milieux de deux côtés est parallèle au 3$^{\text{ème}}$ côté. Donc la droite (MN) est parallèle à (BC).
De plus, le quadrilatère ABCD est un parallélogramme donc les droites (AD) et (BC) sont parallèles.
Les droites (MN) et (AD) sont parallèles à la droite (BC). Or deux droites parallèles à une même troisième droite sont parallèles entre elles. *Donc les droites (MN) et (AD) sont parallèles.*

2 a) Les droites (AN) et (DM) se coupent au point P donc P appartient aux droites (AN) et (DM).
La droite (AN) est incluse dans (SAB) et puisqu'elle contient le point P, on en déduit que P appartient au plan (SAB).
La droite (DM) est incluse dans (SDC) et puisqu'elle contient le point P, on en déduit que P appartient au plan (SDC). *Donc le point P est commun aux plans (SAB) et (SDC).*

b) Les plans (SAB) et (SDC) sont distincts et non parallèles, ils se coupent donc suivant une droite.
Or les points S et P sont communs aux plans (SAB) et (SDC).
Donc la droite d'intersection des plans (SAB) et (SDC) est (SP).

c) (SAB) et (SDC) sont deux plans sécants qui contiennent deux droites parallèles : les droites (AB) et (DC);
Donc leur intersection(SP) est parallèle à (AB) et (DC) (théorème du toit)