Correction du DS n°5

Exercice 1 : 1- a) $x^2 - 17 = 1 \Leftrightarrow x^2 = 18 \Leftrightarrow x = \sqrt{18}$ ou $x = -\sqrt{18}$ $\quad S = \{-3\sqrt{2} ; 3\sqrt{2}\}$

b) $12 + x^2 = 3 \Leftrightarrow x^2 = -9$ un carré n'est jamais négatif. $\quad S = \varnothing$

2- a) $\dfrac{3-x}{x+5} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+5 \neq 0 \\ 3-x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -5 \\ x = 3 \end{cases}$ $\quad S = \{3\}$

b) $\dfrac{25x-9}{x-1} = -\dfrac{9}{x} \Leftrightarrow \dfrac{25x-9}{x-1} + \dfrac{9}{x} = 0 \Leftrightarrow \dfrac{x(25x-9)+9(x-1)}{x(x-1)} = 0 \Leftrightarrow \dfrac{25x^2-9}{x(x-1)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x(x-1) \neq 0 \\ 25x^2 - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \text{ et } x - 1 \neq 0 \\ x^2 = \dfrac{9}{25} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \text{ et } x \neq 1 \\ x = \dfrac{3}{5} \text{ ou } x = -\dfrac{3}{5} \end{cases}$ $\quad S = \{-\dfrac{3}{5} ; \dfrac{3}{5}\}$

Exercice 2 : 1- a) $-5 \leq x \leq -2 \Leftrightarrow 25 \geq x^2 \geq 4$ car la fonction carré est décroissante sur $\mathbb{R}_-$. Donc $4 \leq x^2 \leq 25$.

b) $-4 \leq x \leq 3 \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 0$ ou $0 \leq x \leq 3 \Leftrightarrow 0 \leq x^2 \leq 16$ et $0 \leq x^2 \leq 9$ car la fonction carré est décroissante sur $\mathbb{R}_-$ et croissante sur $\mathbb{R}_+$. Donc $0 \leq x^2 \leq 16$.

2- a) $\dfrac{1}{4} \leq x \leq 12 \Leftrightarrow 4 \geq \dfrac{1}{x} \geq \dfrac{1}{12}$ car la fonction inverse est décroissante sur $\mathbb{R}_+$. Donc $\dfrac{1}{12} \leq \dfrac{1}{x} \leq 4$.

b) $-5 \leq x \leq -\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow -\dfrac{1}{5} \geq \dfrac{1}{x} \geq -2$ car la fonction inverse est décroissante sur $\mathbb{R}_-$.

$\Leftrightarrow -\dfrac{3}{5} \geq \dfrac{3}{x} \geq -6$. Donc $-6 \leq \dfrac{3}{x} \leq -\dfrac{3}{5}$

Exercice 3 : 1- a) $(x+2)^2 - 1 = x^2 + 4x + 4 - 1 = x^2 + 4x + 3 = f(x)$.

b) Pour tout x de $\mathbb{R}$, $(x+2)^2 \geq 0 \Leftrightarrow (x+2)^2 - 1 \geq -1$ donc $f(x) \geq -1$: le minimum de f sur $\mathbb{R}$ est -1.

2- # Sur $]-\infty ; -2]$: Soient deux nombres $a \leq b \leq -2$:

$a + 2 \leq b + 2 \leq 0$

$\Leftrightarrow (a+2)^2 \geq (b+2)^2$ car la fonction carré est décroissante sur $\mathbb{R}_-$

$\Leftrightarrow (a+2)^2 - 1 \geq (b+2)^2 - 1$

$\Leftrightarrow f(a) \geq f(b)$

f est décroissante sur $]-\infty ; -2]$

Sur $[-2 ; +\infty[$: Soient deux nombres $-2 \leq a \leq b$:

$0 \leq a + 2 \leq b + 2$

$\Leftrightarrow (a+2)^2 \leq (b+2)^2$ car la fonction carré est croissante sur $\mathbb{R}_+$

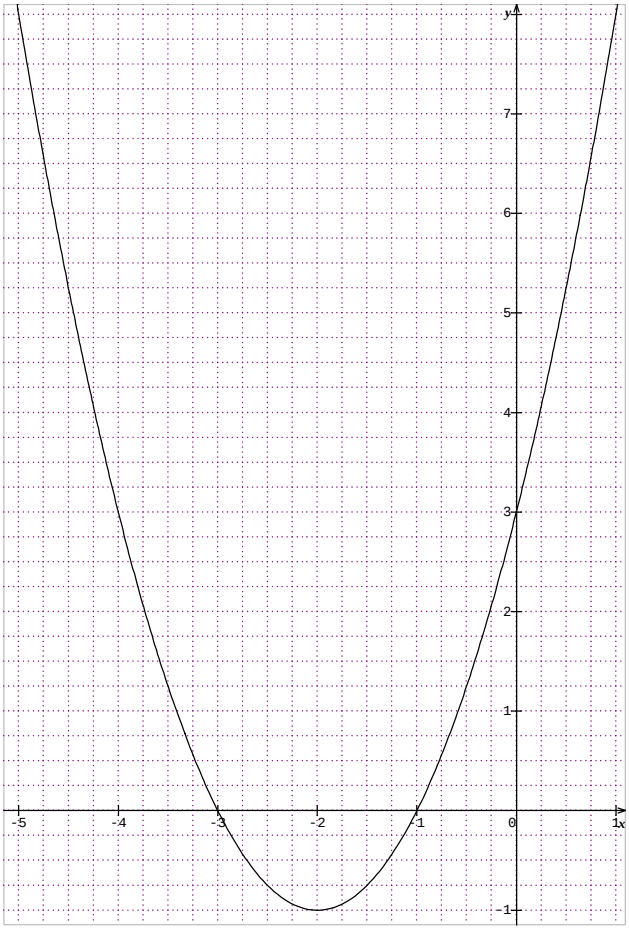
$\Leftrightarrow (a+2)^2 - 1 \leq (b+2)^2 - 1$

$\Leftrightarrow f(a) \leq f(b)$

f est croissante sur $[-2 ; +\infty[$

3- 4-

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f(x)$		↘	-1	↗	



Exercice 4 : 1- a) Les plans (ABC) et (EFG) sont parallèles. Le plan (DBF) les coupe donc suivant deux droites parallèles. Or (ABC) ∩ (DBF) = (BD) et (EFG) ∩ (DBF) = (HF). Donc (BD) et (HF) sont parallèles.

b) (EG) et (HF) sont perpendiculaires car ce sont les diagonales d'un cube. Comme (HF) et (BD) sont parallèles, (EG) et (BD) sont orthogonales.

2- a) (AE) et (AB) sont perpendiculaires car ce sont deux côtés consécutifs d'un carré. Pour les mêmes raisons, (AE) et (AD) sont perpendiculaires. (AE) est perpendiculaire à deux droites sécantes de (ABD), donc elle est orthogonale à (ABD).

b) (AE) est orthogonale à (ABD) donc à toute droite de ce plan : (AE) et (BD) sont orthogonales.

3- (BD) est orthogonale à (EG) et (AE) qui sont deux droites sécantes de (AEG). Elle est donc orthogonale à (AEG).

4- (BD) est orthogonale à (AEG), donc à toute droite de ce plan : (BD) est orthogonale à (AG).