

EXERCICE 1 : a) On développe l'expression : $(a + b - c)(a + b + c) = a^2 + ab + ac + ba + b^2 + bc - ac - bc - c^2 = a^2 + 2ab + b^2 - c^2 = (a + b)^2 - c^2$.

b) En posant $a = \sqrt{7}$, $b = \sqrt{2}$ et $c = \sqrt{5}$, on trouve $(\sqrt{7} + \sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{2} + \sqrt{5}) = (\sqrt{7} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{5})^2 = 7 + 2\sqrt{7} \times \sqrt{2} + 2 - 5 = 4 + 2\sqrt{14}$.

c) Soit n un entier et $n + 1$ l'entier consécutif.

La différence de leur carré est égal à $(n + 1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1 = n + 1 + n$ qui est leur somme.

EXERCICE 2 : a) La distance Terre-Soleil est d'environ 150 millions de kilomètres, soit $1,5 \times 10^8$ km. La vitesse de la lumière dans le vide est de 3×10^5 km/s, donc le temps mis par la lumière pour parcourir la distance Terre-Soleil en

secondes est $\frac{1,5 \times 10^8}{3 \times 10^5} = 0,5 \times 10^3 = 500$ secondes, soit 8 minutes et 20 secondes.

b) La distance parcourue par la lumière en une année est égale à $3 \times 10^5 \times 60 \times 60 \times 24 \times 365 \cong 9,46 \times 10^{12}$ km.

c) La distance séparant la Terre de l'étoile Proxima du Centaure est de 4,3 années-lumière. Cette distance est égale à $9,46 \times 10^{12} \times 4,3 \cong 4,068 \times 10^{13}$ km. La durée du voyage du vaisseau spatial naviguant à la vitesse de 10^4 km/s est de $\frac{4,068 \times 10^{13}}{10^4} = 4,068 \times 10^9$ secondes, soit 47083 jours, soit environ 129 ans !

d) Lancée le 20 août 1977, la sonde Voyager II arriva à proximité de la planète Neptune situé à 4,5 milliards de km, le 24 août 1989. La durée du voyage a été de 4387 jours, soit $3,79 \times 10^8$ secondes. La vitesse moyenne de cette sonde dans son voyage Terre-Neptune était de $\frac{4,5 \times 10^9}{3,79 \times 10^8} \cong 11,8$ km/s ou 42480 km/h.

Les signaux émis par la sonde pour parvenir aux antennes de réception situées sur terre ont mis $\frac{4,5 \times 10^9}{3 \times 10^5} = 15000$ secondes, soit 4 heures et 10 minutes.

EXERCICE 3 : a) Décomposition des nombres 17640 et 2100 en produit de facteurs premiers:

$$17640 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^2 \text{ et } 2100 = 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7.$$

b) Le plus petit nombre entier par lequel il faut multiplier 17640 pour obtenir le carré d'un entier est 10 pour que les exposants des facteurs premiers soient tous pairs. Cet entier est $176400 = 420^2$.

c) Le PGCD des nombres 17640 et 2100 est $2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$. La forme irréductible de $\frac{17640}{2100}$ est $\frac{42}{5}$.

$$d) \frac{17640}{2100} + \frac{7}{30} = \frac{42}{5} + \frac{7}{30} = \frac{42 \times 6 + 7}{30} = \frac{259}{30}.$$

$$e) \text{ Si } \frac{7}{30} a = \frac{17640}{2100} \text{ alors } a = \frac{17640}{2100} \times \frac{30}{7} = \frac{42}{5} \times \frac{30}{7} = 36.$$