

EXERCICE 1 :

On peut écrire $P(x) = \frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} = \frac{x^2 - (x-1)(x+1)}{x(x+1)} = \frac{x^2 - x^2 + 1}{x(x+1)} = \frac{1}{x(x+1)}$.

On utilise un tableau de signes pour étudier le signe de $P(x)$:

$x + 1 = 0$ pour $x = -1$.

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	
Signe de x	$-$	$-$	0	$+$	
Signe de $x + 1$	$-$	0	$+$	$+$	
Signe de $P(x)$	$+$	$\parallel$	$-$	$\parallel$	$+$

Donc $P(x) > 0$ lorsque $x \in]-\infty; -1[\cup]0; +\infty[$ et $P(x) < 0$ lorsque $x \in]-1; 0[$.

L'inéquation $\frac{x}{x+1} \leq \frac{x-1}{x}$ est équivalente à $\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} \leq 0$, soit $P(x) \leq 0$. Donc la solution est $S =]-1; 0[$.

On a $\frac{987,654322}{987,654323} = \frac{987654322}{987654323}$ et $\frac{987,654321}{987,654322} = \frac{987654321}{987654322}$. En posant $x = 987654322$, on obtient

$x + 1 = 987654323$ et $x - 1 = 987654321$, soit $\frac{987654322}{987654323} = \frac{x}{x+1}$ et $\frac{987654321}{987654322} = \frac{x-1}{x}$.

Comme $x = 987654322 > 0$, alors $P(x) > 0$ et $\frac{x}{x+1} > \frac{x-1}{x}$, donc $\frac{987,654322}{987,654323} > \frac{987,654321}{987,654322}$.

EXERCICE 2 :

On compare l'expression à 0 : $\frac{2}{x+2} - (x+1) \leq 0$.

On met au même dénominateur : $\frac{2 - (x+2)(x+1)}{x+2} \leq 0$, on développe : $\frac{2 - (x^2 + 3x + 2)}{x+2} \leq 0$, on simplifie :

$\frac{-x^2 - 3x}{x+2} \leq 0$, on factorise : $\frac{-x(x+3)}{x+2} \leq 0$.

On réalise un tableau de signes:

x	$-\infty$	-3	-2	0	$+\infty$		
Signe de $-x$	$+$	$+$	$+$	0	$-$		
Signe de $x + 3$	$-$	0	$+$	$+$	$+$		
Signe de $x + 2$	$-$	$-$	0	$+$	$+$		
Signe du quotient	$+$	0	$-$	$\parallel$	$+$	0	$-$

Le quotient doit être inférieur ou égal à 0, donc la solution est $S = [-3; -2[\cup]0; +\infty[$.