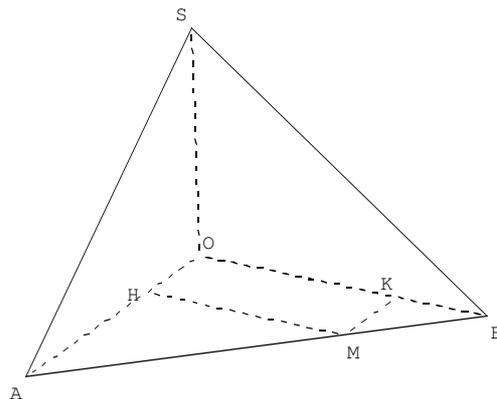
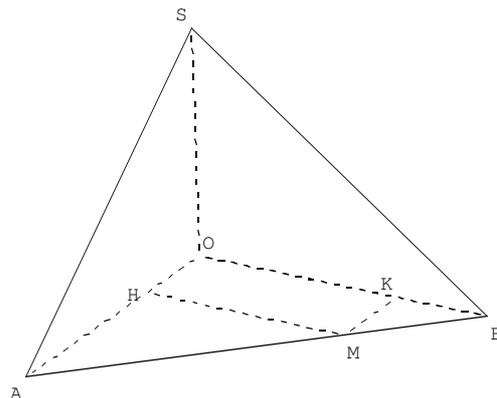


SOAB est un tétraèdre tel que la droite (SO) est orthogonale au plan (OAB) ; de plus, le triangle OAB est rectangle isocèle en O et $OS = 3$, $OA = OB = 4$; M est un point quelconque de l'arête [AB] ; H est le projeté orthogonal de M sur [OA] et K est le projeté orthogonal de M sur [OB] ; on pose $OH = x$.



1. Démontrer que les faces SOH et SOK de la pyramide SOHMK sont des triangles rectangles.
2. Exprimer la longueur HM en fonction de x . Préciser dans quel intervalle varie x .
3. On note $V(x)$ le volume de la pyramide SOHMK.
 - a) Montrer que $V(x) = 4 - (x - 2)^2$.
 - b) Préciser l'ensemble de définition de la fonction V .
 - c) Étudier les variations de la fonction V sur l'intervalle $[0; 2]$.
 - d) Donner le tableau de variations de cette fonction V .
4. a) Comment choisir le point M sur [AB] pour que le volume de SOHMK soit maximal ?
 b) Quelle est alors la nature du quadrilatère OHMK ?
5. a) On considère les milieux I et J des arêtes respectives [SA] et [SB]. Quelle est la nature du triangle OIJ ? Justifier.
 b) Déterminer la valeur exacte du périmètre de ce triangle OIJ .

SOAB est un tétraèdre tel que la droite (SO) est orthogonale au plan (OAB) ; de plus, le triangle OAB est rectangle isocèle en O et $OS = 3$, $OA = OB = 4$; M est un point quelconque de l'arête [AB] ; H est le projeté orthogonal de M sur [OA] et K est le projeté orthogonal de M sur [OB] ; on pose $OH = x$.



1. Démontrer que les faces SOH et SOK de la pyramide SOHMK sont des triangles rectangles.
2. Exprimer la longueur HM en fonction de x . Préciser dans quel intervalle varie x .
3. On note $V(x)$ le volume de la pyramide SOHMK.
 - a) Montrer que $V(x) = 4 - (x - 2)^2$.
 - b) Préciser l'ensemble de définition de la fonction V .
 - c) Étudier les variations de la fonction V sur l'intervalle $[0; 2]$.
 - d) Donner le tableau de variations de cette fonction V .
4. a) Comment choisir le point M sur [AB] pour que le volume de SOHMK soit maximal ?
 b) Quelle est alors la nature du quadrilatère OHMK ?
5. a) On considère les milieux I et J des arêtes respectives [SA] et [SB]. Quelle est la nature du triangle OIJ ? Justifier.
 b) Déterminer la valeur exacte du périmètre de ce triangle OIJ .