CORRECTION DEVOIR SURVEILLE N° 1 SECONDE 16

EXERCICE 1 :

a) La décomposition en facteurs premiers des nombres 300 et 1470 : $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$ et $1470 = 2 \times 3 \times 5 \times 7^2$.

b) Le PGCD(300 ; 1470) = $2 \times 3 \times 5 = 30$.

c) $A = \frac{1470}{300} - 1 = \frac{49}{10} - 1 = \frac{39}{10} = 3{,}9$.

d) $B = \sqrt{300 \times 1470} = \sqrt{2^2 \times 3 \times 5^2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7^2} = \sqrt{2^3 \times 3^2 \times 5^3 \times 7^2} = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \sqrt{2 \times 5} = 210\sqrt{10}$.

e) Soit n un entier et $n + 1$, $n + 2$ les entiers consécutifs de n.

Alors la somme de ces trois entiers est égale à $n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3 = 3(n + 1)$ est un multiple de trois.

EXERCICE 2 :

a) Le plus petit ensemble auquel appartient chacun des nombres suivants :

$A = \frac{6}{13} \in \mathbb{Q}$, $B = \frac{3}{8} + \frac{5}{4} = \frac{13}{8} = 1{,}625 \in \mathbb{D}$, $C = 5 - \sqrt{2}$ (est un irrationnel) $\in \mathbb{R}$,

$D = \frac{10^{-3} + 2 \times 10^{-2}}{7 \times 10^{-3}} = \frac{0{,}001 + 0{,}02}{0{,}007} = \frac{0{,}021}{0{,}007} = \frac{21}{7} = 3 \in \mathbb{N}$.

b) Valeur approchée des nombres A et C au millionième près par défaut : $A \simeq 0{,}461538$. $C \simeq 3{,}585786$.

c) $E = \frac{A}{B} = \frac{6}{13} \times \frac{8}{13} = \frac{48}{169}$. L'écriture scientifique de $E = 2{,}8402 \times 10^{-1}$.

d) Une valeur approchée d'une année lumière est $3 \times 10^5 \times 60 \times 60 \times 24 \times 365 \simeq 9{,}46 \times 10^{12}$ km.

EXERCICE 3 :

a) Pour développer et réduire les expressions suivantes, on utilise les identités remarquables :

$A = (\sqrt{11} - 2)(\sqrt{11} + 2) = 11 - 2^2 = 7$;

$B = (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^2 = (3\sqrt{2})^2 - 2 \times 3 \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{3} + (2\sqrt{3})^2 = 18 - 12\sqrt{6} + 12 = 30 - 12\sqrt{6}$.

b) Si $a = \frac{3 + \sqrt{2}}{2}$; alors $a^2 = \left(\frac{3 + \sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{9 + 6\sqrt{2} + 2}{4} = \frac{11 + 6\sqrt{2}}{4}$ et

$a^2 - 3a = \frac{11 + 6\sqrt{2}}{4} - 3\,\frac{3 + \sqrt{2}}{2} = \frac{11 + 6\sqrt{2}}{4} - \frac{9 + 3\sqrt{2}}{2} = \frac{11 + 6\sqrt{2} - 18 - 6\sqrt{2}}{4} = \frac{-7}{4}$.

c) Simplifier l'écriture $\frac{2^3 \times 10^{-2} + 5 \times 10^{-1}}{2 + 9 \times 10^{-1}} = \frac{0{,}08 + 0{,}5}{2 + 0{,}9} = \frac{0{,}58}{2{,}9} = \frac{58}{290} = \frac{2}{10} = 0{,}2$.

d) Pour tout entier naturel n non nul, $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{n + 1 - n}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}$.

D'où la somme $S = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + ... + \frac{1}{2005 \times 2006} + \frac{1}{2006 \times 2007} =$

$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - .... + \frac{1}{2005} - \frac{1}{2006} + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2007} = 1 - \frac{1}{2007} = \frac{2006}{2007}$.