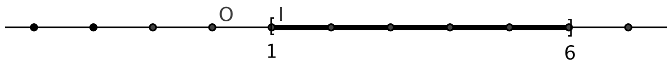
CORRIGE DEVOIR SURVEILLE N° 2 SECONDE 16

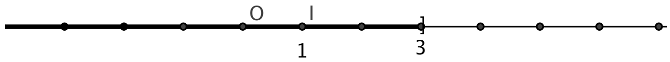
EXERCICE 1 :

1. Représentation graphique des nombres x tels que :

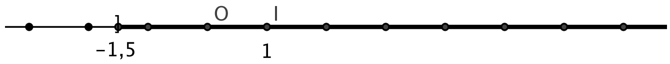
a) $1 \leq x \leq 6$:



b) $x \leq 3$:



c) $x > -1{,}5$:



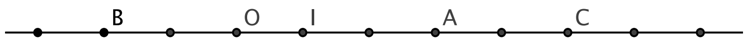
2. Les intervalles correspondant aux inégalités précédentes: a) $x \in [1; 6]$ intervalle fermé, borné; b) $x \in]-\infty ; 3]$ intervalle semi-ouvert et non borné; c) $x \in]-1{,}5 ; +\infty[$ intervalle ouvert et non borné.

3. L'intersection de I et J: $I \cap J = [-2; 3]$; la réunion de I et J: $I \cup J =]-\infty ; 7[$.

EXERCICE 2 :

1. $A = |-2{,}5| + |2{,}5| = 2{,}5 + 2{,}5 = 5$; $B = |3 - \pi| = \pi - 3$ car $\pi > 3$; $C = |1 - \sqrt{3}| = \sqrt{3} - 1$, car $\sqrt{3} > 1$.

2. Sur un axe gradué (O ; I), placer les points A(3), B(−2), C(5) :



a) La distance $AB = |x_B - x_A| = |-2 - 3| = |-5| = 5$ et la distance $BC = |5 - (-2)| = |5 + 2| = 7$.

b) On résout l'équation : $|x - 3| = 4$: $x - 3 = 4$ ou $x - 3 = -4$, soit $x = 7$ ou $x = -1$. Solution $S = \{-1; 7\}$.

Autre méthode: Soit M(x) un point de l'axe d'abscisse x. $|x - 3| = AM = 4$. On cherche les points M de l'axe situé à une distance de 4 unités de A. On trouve les points d'abscisses – 1 et 7.

c) On résout l'inéquation : $|x+2| < 1$ équivaut à $-1 < x + 2 < 1$, on soustrait 2 dans les membres de la double inégalité: $-3 < x < -1$. Solution : $S =]-3 ; -1[$.

Autre méthode: Soit M(x) un point de l'axe d'abscisse x. $|x+2| = BM < 1$. On cherche les points M de l'axe situé à une distance d'une unité ou moins de B. On trouve les points d'abscisses strictement comprises entre – 3 et – 1.

EXERCICE 3 :

1. On sait que $2 < 3$, donc $\sqrt{2} < \sqrt{3}$ en prenant la racine carrée, donc $\sqrt{2} - 1 < \sqrt{3} - 1$, en soustrayant 1, donc $\frac{\sqrt{2}-1}{3} < \frac{\sqrt{3}-1}{3}$ en divisant par 3.

Pour les nombres $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ et $\frac{1}{\sqrt{3}+1}$, on effectue le produit en croix : $(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1) = 3 - 1 = 2$, en utilisant l'identité remarquable $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$; l'autre produit est $2 \times 1 = 2$; donc ces deux nombres sont égaux.

2. Pour résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $\frac{3x-5}{4} < 1$: on multiplie les deux membres par 4: $3x - 5 < 4$,

on ajoute 5 aux deux membres : $3x < 9$,

on divise les deux membres par 3: $x < 3$. La solution est $S =]-\infty ; 3[$.

3. Pour résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $\frac{x-1}{3} \geqslant \frac{2-3x}{4}$:

on multiplie les deux membres par 12 : $4(x - 1) \geqslant 3(2 - 3x)$; puis on développe : $4x - 4 \geqslant 6 - 9x$;

on ajoute $9x$ aux deux membres : $4x + 9x - 4 \geqslant 6$; on ajoute 4 aux deux membres : $13x \geqslant 10$;

on divise les deux membres par 13 : $x \geqslant \frac{10}{13}$. La solution est $S = [\frac{10}{13} ; +\infty[$.

4. Un rectangle a des dimensions x et y vérifiant $12{,}4 \leqslant x \leqslant 12{,}5$ et $24{,}7 \leqslant y \leqslant 24{,}9$.

L'aire du rectangle est Longueur fois largeur, donc $12{,}4 \times 24{,}7 \leqslant$ aire $\leqslant 12{,}5 \times 24{,}9$, ce qui donne $306{,}28 \leqslant$ aire $\leqslant 311{,}25$.

Le périmètre du rectangle est 2 fois la longueur plus la largeur, soit $2(12{,}4 + 24{,}7) \leqslant$ périmètre $\leqslant 2(12{,}5 + 24{,}9)$, ce qui donne $74{,}2 \leqslant$ périmètre $\leqslant 74{,}8$.