

EXERCICE 1 : a) $\vec{u} + \vec{v}(-3+6; 4-8)$, soit $\vec{u} + \vec{v}(3; -4)$. b) $\vec{u} - \vec{v}(-3-6; 4+8)$, soit $\vec{u} - \vec{v}(-9; 12)$.
 c) $4\vec{u} + 2\vec{v}(4 \times (-3) + 2 \times 6; 4 \times 4 + 2 \times (-8))$, soit $4\vec{u} + 2\vec{v}(0; 0)$.
 d) Les vecteurs $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$ sont colinéaires si $xy' = x'y$. Dans cet exercice, $(-3) \times (-8) = 24$ et $6 \times 4 = 24$, donc les vecteurs sont colinéaires.

EXERCICE 2 : 1) Placer les points A, B et C dans le repère ci-contre:

2) a) Coordonnées du point M milieu de [AB] : $x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = 0$ et

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = 2, \text{ donc } M(0; 2).$$

Coordonnées de P milieu de [BC] : $x_P = \frac{x_B + x_C}{2} = -1$ et $y_P = \frac{y_B + y_C}{2} = 0$,

donc P(-1; 0).

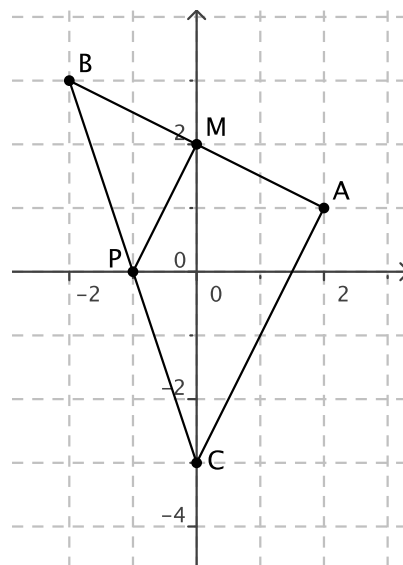
b) Coordonnées des vecteurs $\vec{MP}(x_P - x_M; y_P - y_M)$, soit $\vec{MP}(-1 - 0; 0 - 2)$, soit $\vec{MP}(-1; -2)$ et $\vec{AC}(-2; -4)$.

c) Les vecteurs $\vec{MP}$ et $\vec{AC}$ sont colinéaires car $-1 \times (-4) = 4 = (-2) \times (-2)$. Et $\vec{MP} = 0,5 \vec{AC}$.

d) Les droites (MP) et (AC) sont donc parallèles.

e) On peut arriver à cette conclusion en utilisant la propriété de la droite des milieux: M est le milieu de [AB] et P est le milieu de [BC], donc la droite passant par les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté.

3) La distance $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(0 - 2)^2 + (-3 - 1)^2} = \sqrt{20}$ et $BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{40}$. De plus $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{20}$. Alors $AB^2 + AC^2 = 20 + 20 = 40 = BC^2$, donc le triangle ABC est rectangle et isocèle en A.



EXERCICE 3 (6 points)

(O; $\vec{i}$, $\vec{j}$) est un repère orthonormé. On donne les points A(-4; 3), B(0; 6), C(12; 15), D(1; 1) et E(16; -5).

1) Coordonnées des vecteurs $\vec{AB}(4; 3)$ et $\vec{AC}(16; 12)$. On a $4\vec{AB} = \vec{AC}$, donc les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont colinéaires, donc les points A, B et C sont alignés.

2) Coordonnées des vecteurs $\vec{AD}(5; -2)$ et $\vec{AE}(20; -8)$. On a $4\vec{AD} = \vec{AE}$, donc les vecteurs $\vec{AD}$ et $\vec{AE}$ sont colinéaires, donc les points A, D et E sont alignés.

3) Coordonnées des vecteurs $\vec{BD}(1; -5)$ et $\vec{CE}(4; -20)$. On a $4\vec{BD} = \vec{CE}$, donc les vecteurs $\vec{BD}$ et $\vec{CE}$ sont colinéaires, donc les droites (BD) et (CE) sont parallèles.

Question subsidiaire : Le point F défini par $\vec{AF} = 2\vec{AD} + \frac{1}{2}\vec{BC}$ est-il sur la droite (CE) ?

Coordonnées du vecteur $2\vec{AD} + \frac{1}{2}\vec{BC} : 2(5; -2) + \frac{1}{2}(12; 9) = (16; \frac{1}{2})$. Donc $\vec{AF}$ a pour coordonnées $(16; \frac{1}{2})$.

Donc $x_F - x_A = 16$, d'où $x_F = 16 + (-4) = 12$, $y_F - y_A = \frac{1}{2}$, d'où $y_F = \frac{1}{2} + 3 = \frac{7}{2}$. F(12; $\frac{7}{2}$).

Coordonnées des vecteurs $\vec{CF}(8; \frac{-23}{2})$ et $\vec{CE}(4; -20)$. $8 \times (-20) = -160$ et $\frac{-23}{2} \times 4 = -46$. Les produits ne sont

pas égaux, donc les coordonnées de ces vecteurs ne sont pas proportionnelles, donc les vecteurs ne sont pas colinéaires et les points C, E et F ne sont pas alignés. Ainsi, F n'est pas sur la droite (CE).